



Universidad Carlos III de Madrid.

Departamento de Ingeniería Mecánica.

Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales.

## **TRABAJO FIN DE GRADO.**

# **GENERACIÓN DE UNA MALLA DE ELEMENTOS FINITOS DE HUESO A PARTIR DE TOMOGRAFÍA COMPUTARIZADA.**

Alumno: Francisco Jesús Fructuoso Camacho

Profesor: Miguel Marco Esteban

Marzo 2017

---

## AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, tengo que mencionar de forma efusiva a mis padres. Ya que sin ellos nada de este sueño hubiera sido posible. Dándome tantas oportunidades, que ellos nunca tuvieron, trabajando siempre incansablemente para poder construirme un futuro mejor. Y especialmente a mi madre, que ahora se quedó sola pero siempre tendrá el amor de sus cuatro hijos, que intentaremos hacerla feliz en cuanto podamos para devolverle un cachito de lo que ella nos ha ofrecido siempre.

También quiero mencionar a Alba, mi pareja. Que tanta paciencia ha tenido durante estos 4 años en las épocas de exámenes cuando nos ponemos tan nerviosos e insoportables por la presión a que estamos sometidos. Siempre aportándome cosas que suman, y haciéndome mejor persona.

Por último, también quiero agradecer a mi tutor, Miguel, la paciencia que ha tenido conmigo. Ya que por temas laborales he tenido que alargar la entrega del trabajo dejándolo por momentos en standby. Y sé que este último año ha sido complicado para él porque entregaba su tesis. Aunque siempre ha estado muy atento a mis cuestiones y encontraba un hueco para poder reunirnos y explicarme.

De dicha tesis han sido suministradas las imágenes del scanner del presente proyecto, proporcionadas por el Hospital Universitario Infanta Leonor. Agradeciendo también por lo tanto su colaboración con el desarrollo de la biomecánica.

---

## RESUMEN

A lo largo de la historia, la ciencia y la medicina han sido un tema tabú. Y se conocen multitud de personajes históricos que sus ideas les han costado sus vidas, pero a partir del siglo XIX la forma de pensar cambió radicalmente.

Actualmente, podemos observar el gran avance que se ha efectuado en la tecnología. Ésto, ha ayudado a que multitud de materias avancen con ella.

Y una de las materias que se han aprovechado de esta tecnología es sin duda la biomecánica. Formando una perfecta simbiosis la medicina con la ingeniería.

La esperanza de vida también ha crecido de forma muy significativa en los últimos años. Estableciéndose alrededor de 82 años. Y la fractura de cadera sigue siendo un importante problema de salud para las personas mayores.

Diversos estudios clínicos han evaluado el riesgo de fractura en base a la calidad del hueso en el envejecimiento de la población, y se ha comprobado que la osteoporosis (enfermedad esquelética sistémica caracterizada por una disminución de la masa ósea y una alteración de la micro-arquitectura del hueso [9]) aumenta con la edad.

Lo que conlleva una menor resistencia ósea, con el consiguiente aumento de la susceptibilidad para el desarrollo de las fracturas.

El presente proyecto desarrolla un lenguaje en Matlab donde a partir de una tomografía computarizada se alcanza la forma de un hueso modelizado en CAD.

Después, se hace un estudio de elementos finitos (EF) para la cuantificación de la distribución de tensiones a partir de una carga establecida. El método de elementos finitos (EF) consiste en partir el hueso en muchos trozos más pequeños (llamados elementos). Luego se estudia cada caso simultáneamente por separado y finalmente conseguimos un resultado formado por el conjunto.

Cada elemento tendrá diferentes propiedades, éstas serán en base de la escala de grises y la densidad o Módulo de Young. Ya que el hueso tiene diferentes propiedades en la superficie y en el interior.

---

## ABSTRACT

In the history, science and medicine has been a taboo subject. And we know a multitude of historical figures whose ideas have cost their lives, but from the XIX century the way of thinking changed radically.

At present, we can observe the great progress that has been made in technology. It has helped that multitude of matters advance with her.

And one of the matters that have taken advantage of this technology is undoubtedly biomechanics. The medicine forms a perfect symbiosis with the engineering.

Lately, the average life expectancy has increased, around 82 years; and hip fracture remains a major health problem for the elderly.

Several clinical studies have assessed fracture risk based on bone quality in the aging population, and it has been proven that osteoporosis (systemic skeletal disease characterized by a decrease in bone mass and an alteration of bone micro-architecture [9]) increases with the age.

This leads to less bone resistance, with consequent increase in the susceptibility for the development of fractures.

The present project develops a language in Matlab where from a computerized tomography; a bone is modeled in CAD.

After all, we do a study of finite elements (FE) is made for the quantification of the distribution of stresses from an established load. The finite elements (FE) method consist in to break the bones in a lot of parts (call elements). Then we study each case simultaneously separately and finally we get a result formed of all.

Each element has different properties; these are based of grayscale and density or Young's Modulus. The bone has different properties on the surface and the inside.

## ÍNDICE DE CONTENIDO

AGRADECIMIENTOS .....	1
RESUMEN .....	2
ABSTRACT .....	3
1. INTRODUCCIÓN .....	9
1.1. Motivación .....	9
1.2. Objetivos .....	10
1.3. Estructura del documento .....	11
2. LAS IMÁGENES MÉDICAS Y EL FÉMUR HUMANO .....	13
2.1. Introducción a las imágenes médicas .....	13
<b>2.1.1. Marco legal de las imágenes médicas</b> .....	14
<b>2.1.2. Radiografía</b> .....	14
<b>2.1.3. Imágenes médicas por ultrasonidos</b> .....	15
<b>2.1.4. Resonancia magnética (RM)</b> .....	16
<b>2.1.5. Medicina nuclear</b> .....	16
<b>2.1.6. Tomografía Axial Computarizada (TAC)</b> .....	16
2.2. Imágenes digitales .....	21
<b>2.2.1. Imagen digital</b> .....	21
<b>2.2.2. El estándar DICOM</b> .....	21
2.3. El fémur humano .....	22
<b>2.3.1. Localización en el esqueleto</b> .....	22
<b>2.3.2. Los huesos: Clasificación y formas</b> .....	24
<b>2.3.3. Partes que componen el fémur</b> .....	25
<b>2.3.4. Estructura del hueso: El tejido óseo</b> .....	26
<b>2.3.5. Tipos de tejido óseo: Hueso cortical y hueso óseo trabecular</b> .....	27
2.4. Introducción al método de los elementos finitos .....	29
<b>2.4.1. Historia del Método de elementos finitos (MEF)</b> .....	31
<b>2.4.2. Conceptos generales del método analítico</b> .....	32
<b>2.4.3. Conceptos generales del método de elementos finitos</b> .....	34
3. PROCESAMIENTO DE LAS IMÁGENES .....	43
3.1. Lectura y representación de las imágenes .....	43
3.2. Creación de la máscara .....	45
3.3. Rellenado de regiones .....	45

---

3.4.	Detección de bordes .....	46
3.5.	Coordenadas finales .....	47
4.	MALLADO .....	50
4.1.	Script en Python.....	50
4.2.	Tamaño de la malla.....	50
4.3.	Nodos y elementos.....	52
5.	CASOS DE ESTUDIO .....	54
5.1.	Asignación de materiales.....	54
5.2.	Asignación de las Condiciones de Contorno, creación del Step y de la Carga.....	59
5.3.	Análisis de sensibilidad de la malla .....	61
6.	RESULTADOS .....	64
7.	CONCLUSIONES .....	69
8.	ENTORNO SOCIO-ECONÓMICO .....	71
8.1.	Presupuesto .....	71
8.2.	Impacto social.....	72
	BIBLIOGRAFÍA.....	74

## ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1: Primera radiografía de la historia.....	14
Ilustración 2: Generación de rayos X.....	15
Ilustración 3: Interpretación de la transformada de Randon. ....	17
Ilustración 4: Esquema de funcionamiento de un TAC.....	20
Ilustración 5: Píxel y vóxel de un corte en un TAC. ....	20
Ilustración 6: Esqueleto axial.....	22
Ilustración 7: Esqueleto apendicular.....	23
Ilustración 8: Partes del miembro inferior.....	24
Ilustración 9: Cara anterior del fémur.....	25
Ilustración 10: Cara posterior del fémur.....	26
Ilustración 11: Corte de un hueso. Tejido compacto vs tejido esponjoso. ....	27
Ilustración 12: Sección de un hueso largo.....	28
Ilustración 13: Sistema maestro de amortiguación de bicicleta Giant Reign. ....	30
Ilustración 14: Discretización de un tornillo en elementos triangulares. ....	31
Ilustración 15: Esquema general de relaciones para un problema elástico. ....	32
Ilustración 16: Pieza mallada con elementos cuadrados y zonas críticas.....	35
Ilustración 17: Ejemplo de elementos finitos subparamétricos (a), isoparamétricos (b) y superparamétricos(c).....	37
Ilustración 18: El modelo constitutivo dentro de la Mecánica Computacional [11].....	39
Ilustración 19: Cargando series DICOM. ....	43
Ilustración 20: Representación de una imagen transversal en escala de grises.....	44
Ilustración 21: Representación de una imagen longitudinal en escala de grises.....	44
Ilustración 22: Máscara del fémur. ....	45
Ilustración 23: Relleno de regiones.....	46
Ilustración 24: Borde de la máscara a partir del operador Canny. ....	47
Ilustración 25: Ejemplo de spline. ....	47
Ilustración 26: Ejemplo de toma de coordenadas. ....	48
Ilustración 27: Mallado del fémur.....	51
Ilustración 28: Ejemplo de distribución con elementos de tamaño 5mm.....	56
Ilustración 29: Ejemplo de script creación de secciones.....	57
Ilustración 30: Ejemplo de script creación de materiales.....	58
Ilustración 31: Ejemplo de script asignación de elementos.....	58
Ilustración 32: Constrain type Coupling.....	59
Ilustración 33: Encastre del Fémur.....	60
Ilustración 34: Creación de la carga.....	60
Ilustración 35: Inclinación de la carga en el fémur.....	61
Ilustración 36: Análisis de sensibilidad.....	62
Ilustración 37: Campo de deformación máxima principal de un fémur. ....	65
Ilustración 38: Campo de tensiones Von Mises de un fémur.....	66
Ilustración 39: Campo de desplazamientos de un fémur.....	67

## ÍNDICE DE ECUACIONES

Ecuación 1: Transformada de Random .....	17
Ecuación 2: Unidades Hounsfield .....	18
Ecuación 3: Intensidad del rayo X después de atravesar el ente .....	18
Ecuación 4: Intensidad del rayo X a la salida con coeficientes de atenuación lineal .....	19
Ecuación 5: ecuaciones de equilibrio .....	33
Ecuación 6: Ecuación generalizada de Hooke .....	33
Ecuación 7: Ecuaciones de compatibilidad. ....	33
Ecuación 8: Cambio de sistema de referencia .....	36
Ecuación 9: Matriz de rigidez global.....	37
Ecuación 10: Baricentro de un triángulo .....	54
Ecuación 11: Relaciones para asignar propiedades a los materiales .....	56

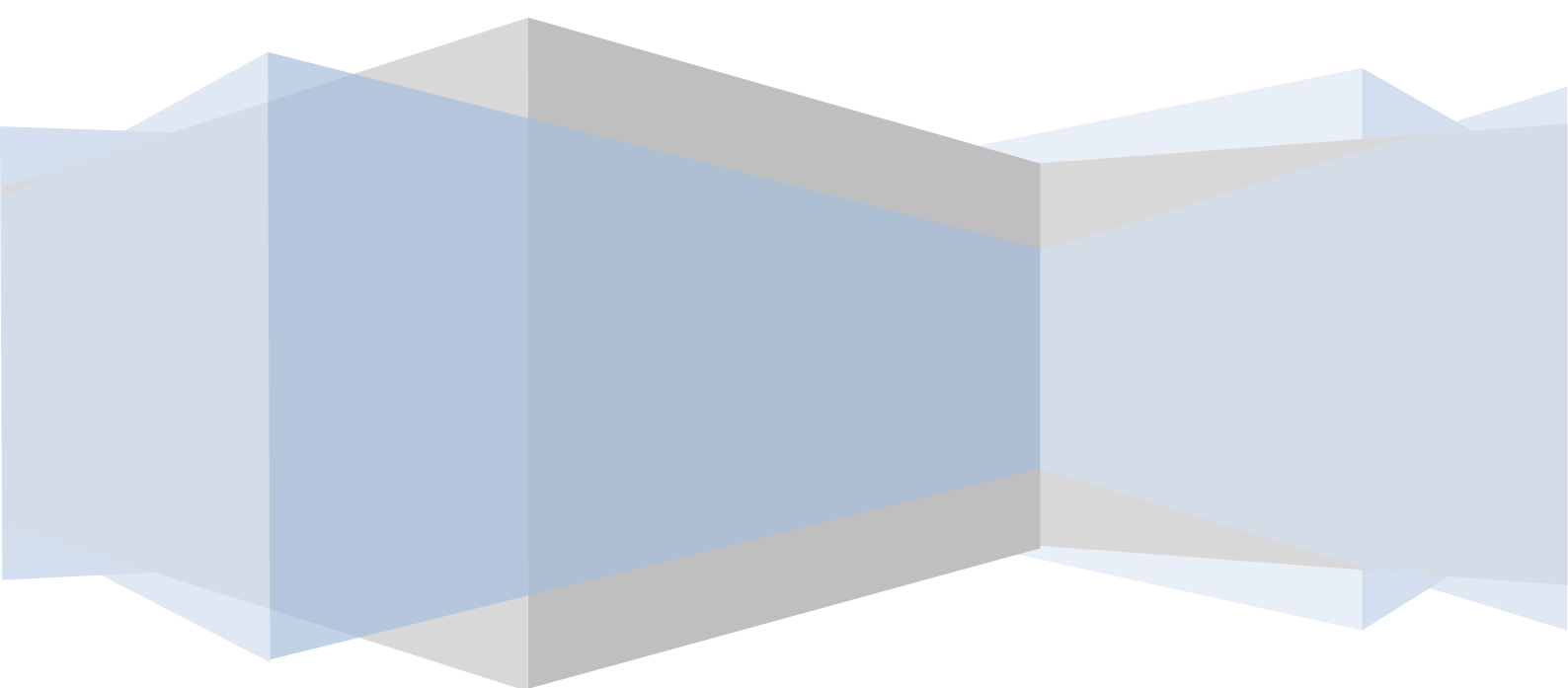
## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Escala de Hounsfield.....	18
Tabla 2: Tamaño de elementos.....	51
Tabla 3: Rango de Materiales Utilizados .....	55
Tabla 4: Propiedades de los materiales .....	64
Tabla 5: Presupuesto .....	71





# Capítulo 1: INTRODUCCIÓN



---

# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1. Motivación

A día de hoy, uno de los grandes retos de la ingeniería es la biomecánica. Donde se hace muy difícil la resolución de problemas ya que además de tener habilidades ingenieriles debes de adquirir conceptos de medicina.

El fin de la ingeniería, en este campo, consiste en hacer más fácil la labor del médico. Lo que conlleva un aumento del éxito de su diagnóstico.

En una población que cada vez está más envejecida y en un entorno repleto de productos contaminantes que nos crean dificultades en la salud constantemente. Pero que hoy en día parecen adherentes a nuestra calidad de vida.

A menudo, los problemas son cada vez de más complejos; ya que éstos se apoyan de manera sustancial a los avances tecnológicos.

Este proyecto se apoyará en los conocimientos adquiridos en la ingeniería electrónica; así como en las técnicas de ingeniería mecánica que investigan modelos numéricos que contienen las leyes de comportamiento que rigen el mundo físico, para aproximar los modelos de estudio a la realidad. Y más concretamente, se tratará de simplificar el problema de tal modo que dé una visión realista de la respuesta que pueden ofrecer los huesos ante una carga con unas condiciones de contorno.

Todo ello lo haremos sin tener que recurrir a métodos destructivos, pues estos problemas encuentran solución debido al desarrollo de programas de cálculo cada vez más potentes. Más concretamente, este estudio utilizará un programa que se basará en el método de los elementos finitos (MEF).

En estos programas se podrán estudiar materiales compuestos, como es el caso del hueso. En el cual se podrá resolver multitud de problemas complejos en un corto periodo de tiempo.

---

## 1.2. Objetivos

Este trabajo tiene como objetivo construir un algoritmo, en lenguaje de programación Matlab, que genere automáticamente las coordenadas del contorno de un hueso a partir de unas imágenes médicas (DICOM) que serán introducidas a través de una tomografía computarizada realizada de un fémur humano.

También tendrá que ser capaz de hacer distinción entre diferentes materiales según la escala de grises que se obtengan de diferentes partes del fémur.

La finalidad será simular el comportamiento mecánico de los diferentes modelos de estudio: deformaciones principales, tensiones y desplazamientos.

Por último, tras someterlo a una carga definida, que simulará el apoyo de la cadera de una persona, y con unas condiciones de contorno; comprobar cuales son las zonas de mayor sufrimiento para poder analizar conductas preventivas o desarrollar, en posteriores estudios, prótesis que ayuden a combatir las fracturas de cadera.

Para ello se utilizarán tres programas: uno de ellos para generar dicho algoritmo en lenguaje de programación Matlab, que se desarrollará en un programa con el mismo nombre; otro que será de diseño y análisis por ordenador Abaqus/CAE, que leerá lenguaje en Python, que será donde se cree el modelo en CAD y se realizará el análisis de los elementos finitos; y el procesador de texto Notepad++, en el que se modificarán los scripts en Python generados por Abaqus/CAE.

---

### 1.3. Estructura del documento

En primer lugar, el trabajo comenzará explicando la teoría de los elementos necesarios para entender la práctica del mismo. En el capítulo 3 se hará una descripción del proceso realizado para la lectura de las imágenes y la obtención de las coordenadas del contorno del fémur.

El capítulo 4 explicará el mallado del fémur, se realiza la discretización del fémur para adquirir los elementos y las coordenadas de sus nodos. Posteriormente en el capítulo 5, con la información del anterior capítulo, se le asignarán los materiales a las distintas partes del fémur, según una escala de grises, y las condiciones de contorno.

A continuación, se mostrarán los resultados en el capítulo 6, valorando los mismos según un análisis de sensibilidad. Y en el capítulo 7 y se llegará a unas conclusiones obtenidas una vez realizado el estudio.

Finalmente, en el capítulo 8 se hará un análisis socio-económico. Donde se mostrará el presupuesto y el impacto social del proyecto.

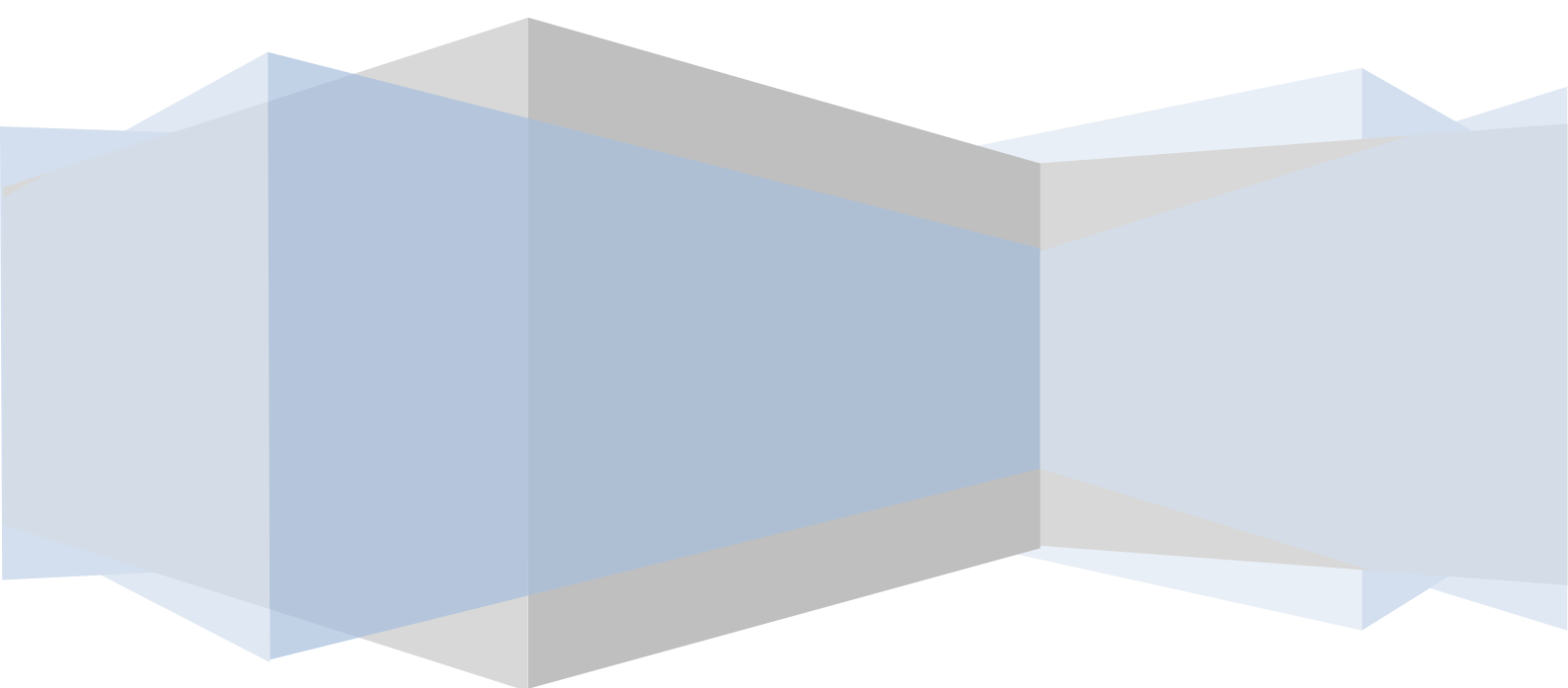
# Capítulo 2:

# LAS IMÁGENES

# MÉDICAS, EL FÉMUR

# HUMANO Y LOS

# ELEMENTOS FINITOS.



---

## 2. LAS IMÁGENES MÉDICAS Y EL FÉMUR HUMANO

### 2.1. Introducción a las imágenes médicas

Las imágenes médicas son aquellas imágenes de la anatomía humana, ya sea de forma parcial o global, obtenidas a partir de un conjunto de técnicas y procesos usados para crear imágenes del cuerpo humano o partes de él con propósitos clínicos [1].

Las imágenes médicas se usan para el diagnóstico de enfermedades con la finalidad de obtener información de partes del interior del cuerpo no visibles a simple vista, sin tener que someter al paciente a ninguna intervención quirúrgica.

Los primeros pasos que se dieron fueron en el siglo XVI, cuando aparecieron las primeras publicaciones, en torno a imágenes anatómicas humanas, tales como el *Tabulae Anatomicae Sex* o más tarde *De Humani Corporis Fabrica*; ambos publicados por Andreas Vesalio y que supusieron un importante avance. Ya sea sólo por el hecho de que hasta ese momento era considerado un tema cuanto menos controvertido, el cual era mirado con recelo por Instituciones y parte de la sociedad [2].

Existen multitud de técnicas para la obtención de las imágenes médicas y se pueden clasificar de distintas maneras. Por ejemplo, podemos clasificarlas en función de si son: imágenes funcionales (PET, RM), que muestran cómo funciona el cuerpo; como digerimos un alimento, como algún órgano metaboliza alguna proteína... ó imágenes anatómicas (TAC), que muestran con gran detalle estructuras anatómicas del cuerpo.

También se pueden clasificar en función de las tecnologías que usan cada una de ellas; como puede ser: la medicina nuclear, la radiología, las ecografías...

### 2.1.1. Marco legal de las imágenes médicas

La Ley 16/2003, de 28 de mayo, de cohesión y calidad del Sistema Nacional de Salud (SNS) establece, en sus artículos 27, 28 y 29, la necesidad de elaborar garantías de seguridad y calidad que, acordadas en el seno del Consejo Interterritorial del SNS, deberán ser exigidas para la regulación y autorización por parte de las comunidades autónomas de la apertura y puesta en funcionamiento en su respectivo ámbito territorial de los centros, servicios y establecimientos sanitarios.

### 2.1.2. Radiografía

Fue en el año 1895 cuando sucedió el hecho más relevante concerniente a este campo, cuando el alemán Wilhem Conrad Röntgen, investigando las propiedades de los rayos catódicos, descubrió los rayos X.

Posteriormente confirmó la existencia de esta radiación colocando la mano de su mujer sobre una placa fotográfica como se muestra en la **Ilustración 1**.

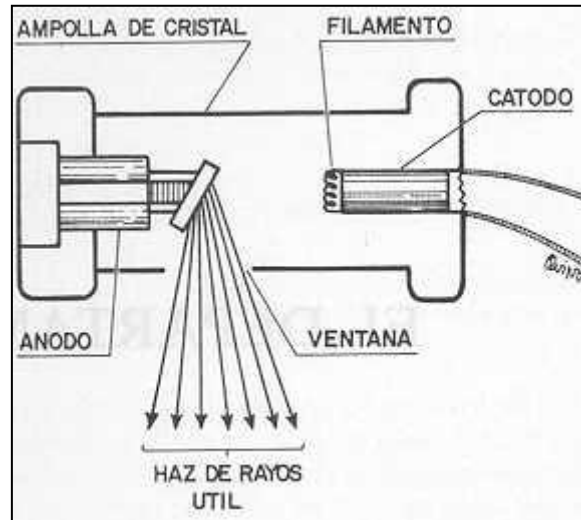


**Ilustración 1: Primera radiografía de la historia.**

El fundamento de las radiografías son estos rayos X, que se generan cuando los electrones de alta energía (rápidos) interactúan con la materia.

El tubo de rayos X está formado por una carcasa de vidrio (en su interior hay vacío), y en su interior tenemos un alambre de wolframio como puede apreciarse en la **Ilustración 2**. En primer lugar, se crea una diferencia de tensión entre dos puntos (ánodo y cátodo). Seguidamente se hace circular una corriente por el alambre de wolframio (situado en el cátodo) que, al alcanzar una determinada temperatura, comienza a emitir electrones. Estos electrones son atraídos por el lado positivo, y debido a la gran diferencia de potencial son fuertemente acelerados hacia el ánodo. Al chocar los electrones con gran energía cinética contra el ánodo se generan los rayos X [1].

Entre las propiedades de los rayos X destacan su efecto fotográfico y que se atenúan de manera distinta dependiendo del grosor, la densidad y la impedancia de la materia que atraviesan.



**Ilustración 2: Generación de rayos X.**

Los rayos X son rayos ionizantes, lo que quiere decir que alteran las cadenas de hidratos de carbono que tienen las enzimas, proteínas y membranas celulares. Por este motivo son nocivos para la salud, pudiendo provocar muerte celular.

### 2.1.3. Imágenes médicas por ultrasonidos

El ultrasonido es una onda acústica cuya frecuencia está por encima del umbral de audición del oído humano. Estas imágenes son comúnmente más conocidas como ecografías, y emplea el ultrasonido para crear imágenes bidimensionales o tridimensionales.

Las ecografías se obtienen gracias a un transductor, que se encarga de emitir los ultrasonidos y también es el encargado de recibir el eco de estas ondas ultrasónicas [1].

Este procedimiento es un método no invasivo, y los mejores resultados se obtienen sobre todo en tejidos blandos. Ya que los huesos crean sombras tras ellos.



#### **2.1.4. Resonancia magnética (RM)**

Es una técnica que utiliza el fenómeno de la resonancia magnética nuclear para obtener información sobre la estructura y composición del cuerpo a analizar. La información obtenida es procesada por ordenadores y transformada en una imagen tomográfica del interior de lo que se está procesando [1].

Esta técnica se usa principalmente para obtener información de los tejidos y detectar cáncer y otras patologías. No solo tiene uso en el ámbito de la medicina, sino que también es usada industrialmente para analizar la estructura de materiales.

La principal ventaja que tiene la RM es que es un método de adquisición no invasivo ya que se obtiene usando campos magnéticos y no usa radiación ionizante [1].

Otra ventaja a parte de la seguridad del paciente, es que tiene mejor resolución espacial que las imágenes TAC. En contraposición a estas ventajas, podemos decir que la RM es mucho más lenta que otras modalidades. Además, los pacientes con cualquier implante metálico, como puede ser un marcapasos, no pueden someterse a este tipo de pruebas.

#### **2.1.5. Medicina nuclear**

La medicina nuclear es una especialidad de la medicina actual en la que se le suministra al paciente una determinada sustancia radioactiva (radiofármaco), ya sea por vía oral o intravenosa para poder diagnosticar y determinar la gravedad y tratamiento de varias enfermedades, incluyendo cáncer, enfermedades cardíacas o gastrointestinales [1].

La imagen se forma detectando la radiación emitida por el radiofármaco y el tipo de máquina en cuestión depende de la radiación emitida. Actualmente los más usados son: gammacámara, SPECT y PET.

Este tipo de imágenes tienen muy poca resolución espacial, por eso se suelen combinar con imágenes radiológicas, como TACs o radiografías.

#### **2.1.6. Tomografía Axial Computarizada (TAC)**

##### **2.1.6.1. Obtención del TAC**

Puesto que este trabajo de fin de grado se basa en una imagen médica tomada a partir de una imagen TAC, se va a desarrollar más profundamente esta modalidad.

La tomografía computarizada axial "TAC" o simplemente tomografía computarizada "CT" es una técnica que utiliza la radiación X para obtener

cortes o secciones de objetos anatómicos con el fin de obtener un diagnóstico. El TAC nos permite crear una imagen transversal del cuerpo humano en vez de una imagen proyección como era el caso de las radiografías [1].

Los posibles diagnósticos, son los siguientes: anomalías del cerebro y médula espinal, tumores cerebrales, sinusitis, aneurisma, infecciones torácicas y enfermedades en cualquier tipo de órgano.

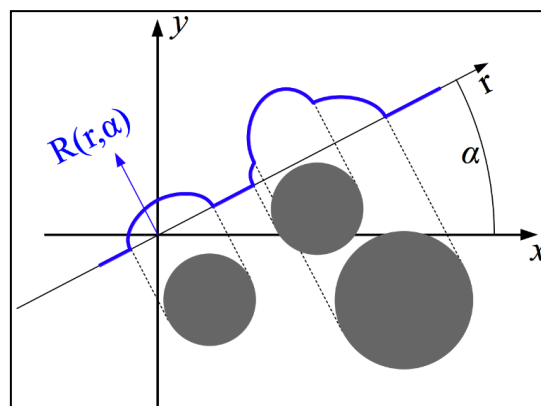
En 1887 el físico austriaco Johann Randon desarrolló las fórmulas matemáticas para reconstruir una imagen tridimensional a partir de múltiples imágenes axiales. El TAC está basado en la transformada de Randon según la

**Ecuación 1** [3].

$$\mathcal{R} = [f](\theta, s) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - s) dx dy$$

**Ecuación 1: Transformada de Random**

En este caso sería la transformada de Randon bidimensional, y nos daría la proyección sobre la recta que se especifica por el ángulo que tiene con respecto al eje de abscisas  $\theta$  y por la distancia al origen  $s$  como puede apreciarse en la **Ilustración 3** [3].



**Ilustración 3: Interpretación de la transformada de Randon.**

Pero a pesar de disponer de las transformadas de Randon, no existía aún un equipo capaz de hacer rayos X, por lo que la medicina tuvo que esperar hasta 1967 cuando Goodfrey N. Hounsfield propuso la construcción del escáner.

En 1979 recibió junto con Allan M. Cormack el premio Nobel de Medicina, y en honor a Hounsfield las unidades que definen los distintos valores de densidad

(escala de grises) de los tejidos en las imágenes de TAC se denominan unidades Hounsfield (HU), calculados mediante la **Ecuación 2**, en las cuales la radiación que llega a los detectores depende de las densidades de los órganos atravesados, a mayor densidad mayor atenuación, siendo el agua con un valor de 0 el valor de referencia. En la **Tabla 1** se muestran valores para distintos materiales.

$$HU = \frac{(\mu_t - \mu_{\text{agua}}) \cdot E}{K}$$

**Ecuación 2: Unidades Hounsfield**

Sustancia o materia	Número TC
Hueso compacto	1000
Sangre coagulada	56-76
Sustancia cerebral gris	36-46
Sustancia cerebral blanca	22-32
Sangre	12
Agua	0
Grasa	-100
Aire	-1000

**Tabla 1: Escala de Hounsfield**

Dónde:

HU: Hounsfield Units.

E: Energía efectiva del haz de rayos X.

K: Constante que depende del diseño del equipo.

$\mu_{\text{agua}}$ : Coeficiente de atenuación lineal del agua destilada.

$\mu_t$ : Coeficiente de atenuación lineal del tejido o material de interés.

Aunque antes habrá que definir los coeficientes de atenuación lineal, que expresan la atenuación que sufre un haz de rayos X al atravesar una determinada longitud de una sustancia dada; este coeficiente es específico de cada sustancia o material.

Para un rayo X monoenergético, que atraviesa un trozo uniforme de material, la atenuación que sufre se expresa con la **Ecuación 3**:

$$I_{\text{out}} = I_{\text{in}} \cdot e^{-(\mu \cdot L)}$$

**Ecuación 3: Intensidad del rayo X después de atravesar el ente.**

Dónde:

$I_{Out}$ : La intensidad del rayo X después de atravesar el material.

$I_{In}$ : La intensidad del rayo X incidente.

$\mu$ : Coeficiente de atenuación lineal del material.

L: Distancia recorrida por el rayo X en el material.

Y si pasa como en el cuerpo humano que el haz de rayos X pasa a través de materiales de distintos coeficientes de atenuación, podemos considerar el cuerpo como un gran número de elementos de igual tamaño, de largo  $w$ , cada uno de los cuales posee un coeficiente de absorción constante. Estos coeficientes de atenuación están indicados como  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ . Entonces la **Ecuación 3** quedará:

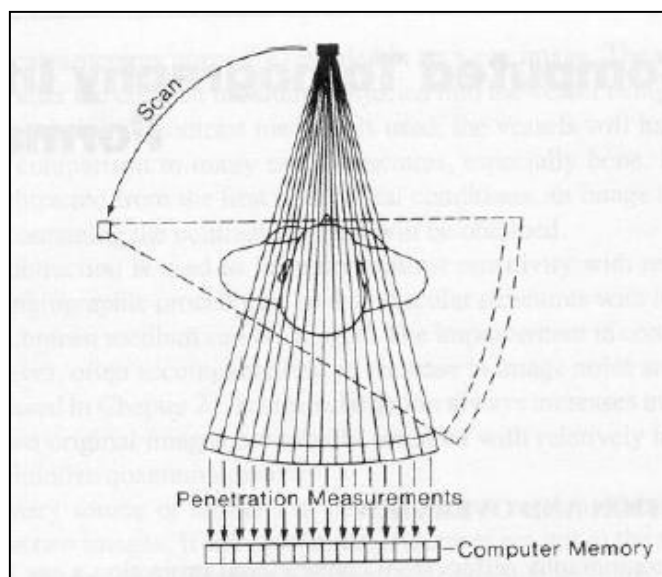
$$(\mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_n) \cdot w = \ln \left( \frac{I_{In}}{I_{Out}} \right)$$

**Ecuación 4: Intensidad del rayo X a la salida con coeficientes de atenuación lineal.**

En la **Ecuación 4**, se muestra que el logaritmo natural, de la atenuación total, a lo largo de un rayo particular; es proporcional a la suma de los coeficientes de atenuación de todos los elementos que el rayo atraviesa. Para determinar la atenuación de cada elemento debe obtenerse un gran número de mediciones desde distintas direcciones [3].

#### 2.1.6.2. Elementos principales del TAC

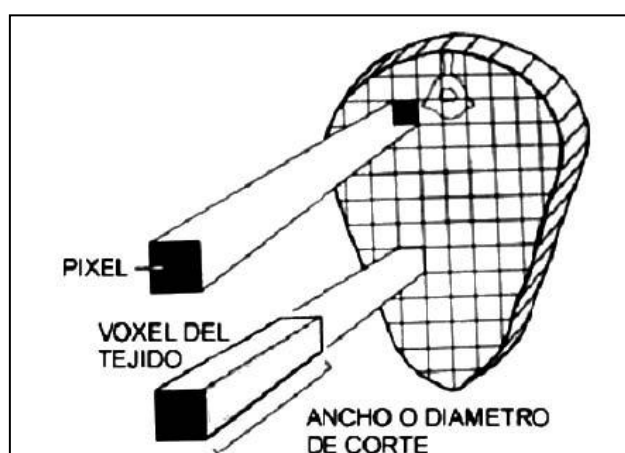
En un dispositivo de imágenes TAC podemos diferenciar tres elementos principales como se aprecia en la **Ilustración 4**: el tubo de rayos X, el computador encargado de realizar la reconstrucción, y los detectores encargados de transformar la radiación recibida en señales digitales que el computador pueda procesar.



**Ilustración 4: Esquema de funcionamiento de un TAC**

El tubo emisor de rayos X se encuentra alrededor del paciente. En el lado opuesto se encuentran los detectores que forman un perfil de la radiación que logra atravesar el cuerpo.

La resolución de un TAC vendrá definida por el número total de píxeles por pulgada (1pulgada=2.54cm). Y cada píxel de la imagen representa un elemento de volumen del cuerpo llamado voxel. El tamaño del voxel que representa cada píxel está determinado por el diámetro de la imagen y el tamaño de la matriz según la **Ilustración 5**, puesto que el presente estudio se realiza en dos dimensiones se trabajará únicamente con píxeles.



**Ilustración 5: Píxel y vóxel de un corte en un TAC.**

La mayoría de los TACs se realizan de manera helicoidal, es decir, el tubo de rayos X va girando de manera continua mientras la mesa sobre la que está el

paciente se va desplazando, de manera que al final el tubo de rayos X ha seguido un movimiento en forma de hélice con respecto al paciente. Para conseguir un plano axial se interpolan los datos por encima y por debajo del plano seccionado [1].

La realización de los TAC helicoidales supone una disminución en el tiempo de adquisición y una disminución de la radiación recibida por el paciente.

## 2.2. Imágenes digitales

### 2.2.1. Imagen digital

Una imagen digital es una matriz de datos de tamaño  $N \times M \times 1$  si la imagen está en escala de grises, como es el caso de este estudio, o de tamaño  $N \times M \times 3$  si está en color (RGB), donde N es el número de filas, M el número de columnas y el tercer número representa los planos de color de la imagen. Cada celda de la imagen representa un píxel [4,5].

### 2.2.2. El estándar DICOM

A raíz de la inmersión de las computadoras en el ámbito clínico y la consecuente digitalización de las imágenes médicas, en el año 1983 se reúnen el Colegio Estadounidense de Radiología (ACR) y la Asociación Nacional de Fabricantes Eléctricos (NEMA) con el fin de desarrollar un estándar que definiera un formato de imagen médica, así como la compatibilidad entre equipos de distintos fabricantes que permitiera la transferencia de esas imágenes médicas y la conexión de dichos dispositivos con otros [2].

El estándar DICOM es el estándar reconocido mundialmente para el intercambio de pruebas médicas, pensado para su manejo, visualización, almacenamiento, impresión y transmisión. La cabecera de este formato, permite almacenar información sobre el paciente, las condiciones en las que se tomó la imagen y el formato interno de ésta, lo que permite que no se desvincule la imagen de la información.

Estas imágenes se registrarán mediante un marco legal como se ha mencionado en la pág. 14.

## 2.3. El fémur humano

El fémur es el hueso más largo, fuerte y voluminoso del cuerpo humano. Se encuentra localizado en el muslo que pertenece al conjunto del miembro inferior, específicamente al segundo segmento.

### 2.3.1. Localización en el esqueleto

Para comprender su localización exacta debemos entender las diferentes partes del esqueleto humano. El esqueleto, es el conjunto de todos los huesos del cuerpo. Se pueden clasificar según su distribución en el organismo de dos formas:

- a) Axial: El esqueleto axial son los huesos situados a la línea media o eje, y ellos soportan el peso del cuerpo, y está formado por los huesos de la columna vertebral, el cráneo, el tórax y la pelvis. Se encargan principalmente de proteger los órganos internos [7], puede apreciarse en la **Ilustración 6** los huesos que pertenecen al esqueleto axial en una tonalidad de azul.

El esqueleto axial incluye un total de 80 huesos [6].



Ilustración 6: Esqueleto axial

- b) Apendicular: Son el resto de huesos anexos al esqueleto axial, a la línea media, y está formado por los huesos de las extremidades inferiores y superiores, puede apreciarse en la **Ilustración 7** los huesos que pertenecen al esqueleto apendicular en una tonalidad de azul.

El esqueleto apendicular incluye un total de 126 huesos [6].



Ilustración 7: Esqueleto apendicular

El miembro inferior pertenece al esqueleto apendicular, y abarca cada una de las dos extremidades que se encuentran unidas al tronco. Y éste, a su vez, se subdivide en tres segmentos: muslo (coxal, fémur y rótula), pierna (tibia y peroné) y pie (tarso, metatarso y falanges) [7]. Por tanto, el fémur se localiza en el muslo, como puede comprobarse en la **Ilustración 8**.

Los huesos que componen el miembro inferior son los siguientes:

- 1) **Muslo:** donde se localiza el hueso objeto del trabajo, el fémur. También en el muslo se localiza el coxal y la rótula.
- 2) **Pierna:** donde se encuentra la tibia y el peroné.
- 3) **Pie:** podemos encontrar aquí los huesos astrágalo, calcáneo, escafoides, cuboides, primer cuneiforme, segundo cuneiforme, tercer cuneiforme y falanges



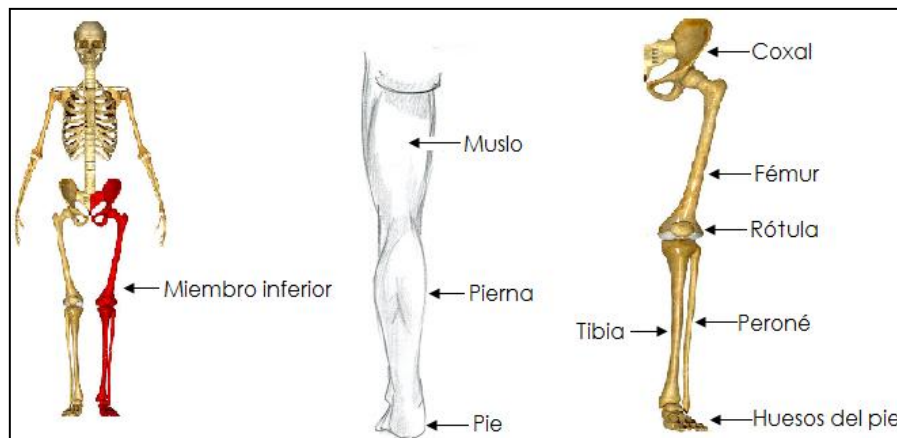


Ilustración 8: Partes del miembro inferior

### 2.3.2. Los huesos: Clasificación y formas

Los huesos que conforman el esqueleto humano, según su forma pueden clasificarse de la siguiente manera [8]:

- **Huesos largos:** Constan de un cuerpo central cilíndrico (diáfisis) y de dos extremos (epífisis), con una capa externa de tejido compacto (corteza) recubierta por una membrana dura (periostio) y otra interna resistente (endostio). Los extremos están ocupados por un tejido óseo esponjoso que alberga la médula ósea roja, mientras que en el cuerpo hay una cavidad que alberga la médula ósea amarilla.
- **Huesos cortos:** de pequeño tamaño y forma diversa, por lo común cúbicos o cilíndricos, están cubiertos por una delgada capa de tejido compacto y rellenos de tejido óseo esponjoso.
- **Huesos planos:** Se caracterizan por tener dos dimensiones mucho mayores que la tercera. Su función principal es proteger los órganos y las zonas delicadas del cuerpo. Están constituidos por dos capas de tejido óseo compacto que contiene un tejido óseo esponjoso llamado diploe.
- **Huesos irregulares:** Representan todos aquellos huesos que por su forma no se pueden clasificar en otro tipo.
- **Huesos sesamoideos:** Se trata de huesos pequeños y redondeados que se encuentran junto a las articulaciones. Tienen la misión de incrementar la función de palanca de los músculos.

### 2.3.3. Partes que componen el fémur.

El fémur, según su forma, pertenece a la clase de huesos largos, siendo el hueso más largo, fuerte y voluminoso del cuerpo humano, como indicábamos al principio de la introducción. Anatómicamente, y como en todos los huesos largos, distinguimos en el fémur tres partes fundamentales [7]:

- 1) **Epífisis superior**, que se articula con el coxal. Está formada por cabeza, cuello y trocánteres. La cabeza es lisa y esférica y presenta una fóvea de la cabeza femoral. Está separada del cuello por un borde irregular. El cuello une en la región de los trocánteres la cabeza con la diáfisis del fémur.
- 2) **Diáfisis** o cuerpo central, que presenta tres caras (anterior, lateral y medial), y tres bordes (interno, externo y posterior). La línea áspera es una cresta de sustancia ósea compacta que separa las caras medial y lateral.
- 3) **Epífisis inferior**, que se articula con la tibia. Está formada por los cóndilos lateral y medial. Los cóndilos están separados dorsalmente por la fosa intercondílea y están unidos ventralmente por la faceta patelar o tróclea.

A continuación, podemos ver en las **Ilustración 9** e **Ilustración 10** las partes de un fémur anteriormente indicadas:

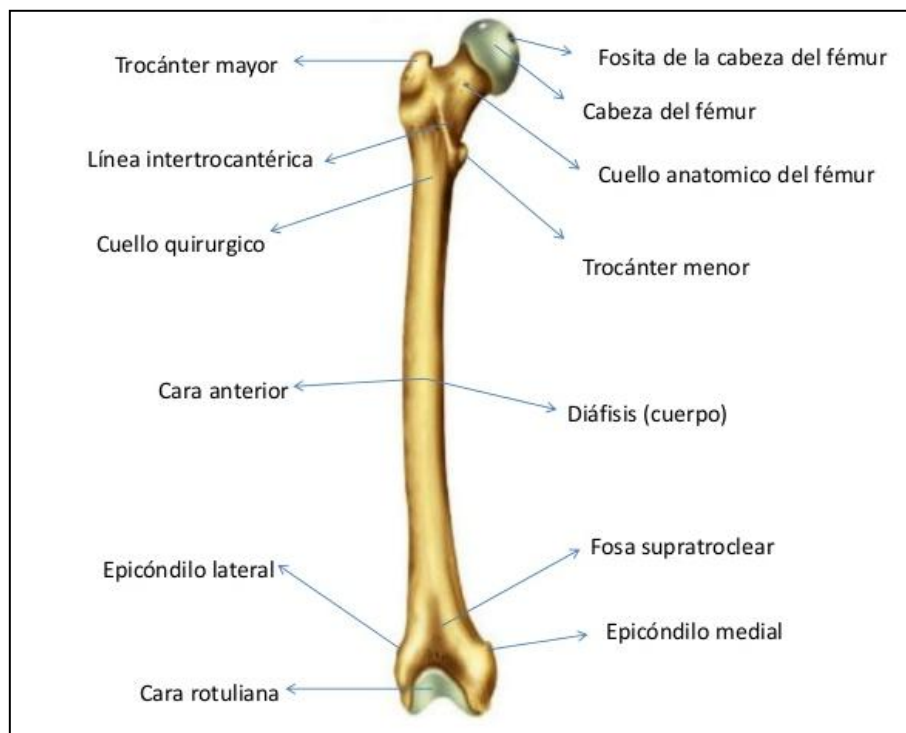


Ilustración 9: Cara anterior del fémur



Ilustración 10: Cara posterior del fémur

#### 2.3.4. Estructura del hueso: El tejido óseo.

El hueso está compuesto por tejidos, y éstos son, fundamentalmente óseos.

El hueso o tejido óseo está constituido por una matriz y por células. La matriz ósea está compuesta principalmente de una fase orgánica, una fase mineral y agua.

Composición celular:

##### 1) **Células transitorias** [8]:

- Osteoblastos: Son los encargados de sintetizar el componente orgánico de la matriz (colágeno, sustancia amorfa...), regular la mineralización de la matriz e iniciar el proceso de resorción.
- Osteoclastos: Se encargan de la reabsorción ósea y la homeostasis cálcica.

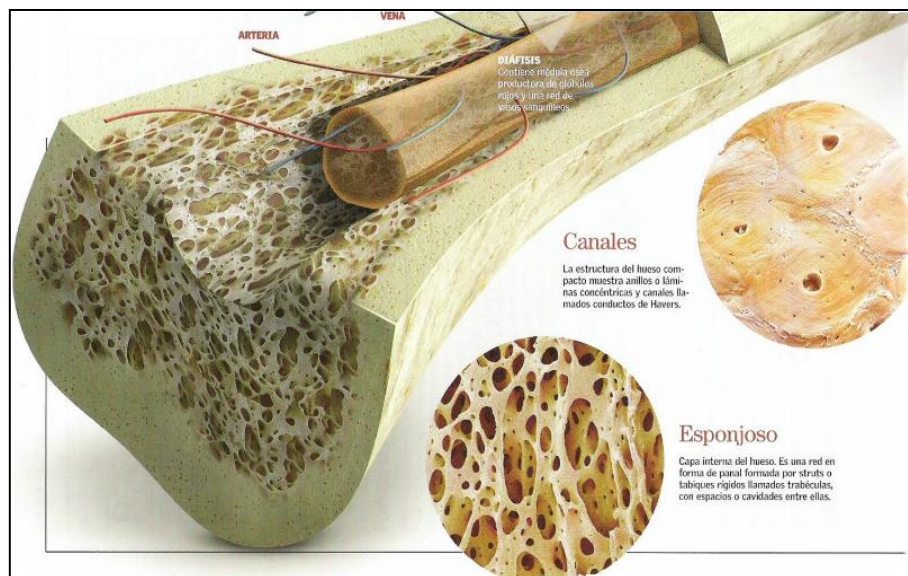
##### 2) **Células maduras** [9]:

- Osteocitos: son células óseas maduras derivadas de los osteoblastos que constituyen la mayor parte del tejido óseo. Su función es la de

mantener las actividades celulares del tejido óseo como el intercambio de nutrientes y productos de desecho.

### 2.3.5. Tipos de tejido óseo: Hueso cortical y hueso óseo trabecular.

El tejido óseo o hueso es un tejido firme, duro y resistente que forma parte del esqueleto. Está compuesto a la vez por tejidos duros y blandos. Principalmente podemos distinguir dos tipos de tejidos óseos, cortical y trabecular. En la **Ilustración 11** se puede observar el corte de un hueso con sus diferentes tejidos.



**Ilustración 11: Corte de un hueso. Tejido compacto vs tejido esponjoso.**

#### 1) Hueso cortical.

Este tipo de tejido también se conoce como tejido compacto, es denso, formando el 80% de la masa de nuestro esqueleto, y sus cavidades son sólo visibles al microscopio. Todos los huesos tienen tejido óseo compacto que será el que forma la periferia del hueso. El hueso que tiene la cortical más dura y grande es el fémur [9].

La microestructura de este tejido se compone por los siguientes elementos [8], como puede apreciarse de manera gráfica en la **Ilustración 12**.

- **Canales de Havers:** Son conductos por los que circulan los vasos sanguíneos, los nervios y los capilares que nutren al hueso. están rodeados de lamelas concéntricas que dan solidez al tejido cortical.
- **Canales de Volkman.** Son conductos más cortos que se disponen transversalmente uniendo los canales de Havers entre sí y con la

capa exterior del hueso, el periostio. Por ellos también circulan vasos sanguíneos.

- **Cavidades de reabsorción.** Son huecos temporales creados por los osteoclastos durante la fase de reabsorción.
- **Osteonas.** Es el conjunto formado por los canales de Havers y las lamelas que los rodean. La osteona es la unidad estructural del hueso compacto y se van originando como resultado de la remodelación ósea.
- 

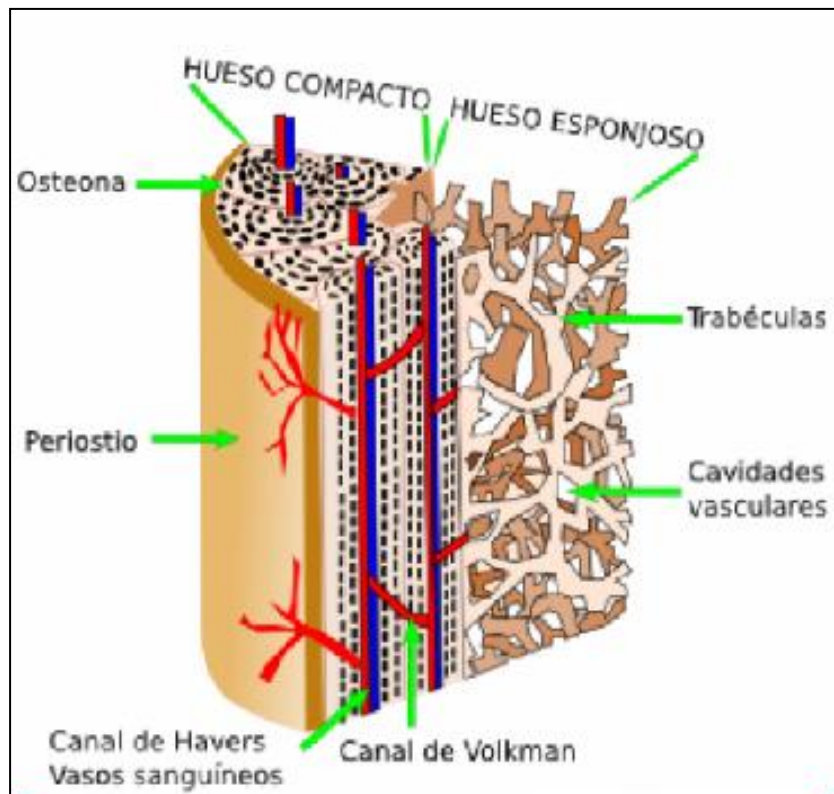


Ilustración 12: Sección de un hueso largo.

## 2) Hueso trabecular.

También se conoce como tejido esponjoso. Está formado por una red de trabéculas ramificadas que dan lugar a una serie de huecos en los que se encuentra la médula ósea roja. Esta porosidad favorece los procesos metabólicos.

La microestructura del tejido óseo esponjoso consiste en tubos unidos unos con otros, entrelazándose. Cada tubo está formado por laminillas óseas con

sus correspondientes osteocitos. Se forman espacios entre los tubos que están rellenos de medula ósea y por grasa.

Todo el sistema trabecular del tejido óseo esponjoso tiene una disposición diferente de las trabéculas que se disponen así para poder soportar las diferentes cargas. Las trabéculas pueden tener una disposición vertical, irregular y arqueada favoreciendo el soporte de las diferentes cargas [9].

## 2.4. Introducción al método de los elementos finitos

El estudio de todo fenómeno físico puede realizarse planteando el problema como un Problema de Valor de Contorno Inicial (PVCi), en el que se emplean las ecuaciones que caracterizan el estado y comportamiento del fenómeno, que son unas ecuaciones diferenciales, y unas condiciones iniciales y de contorno que caracterizan los límites del problema y su evolución temporal [10].

En general, cuando se tratan de resolver estas ecuaciones, la solución analítica (exacta) es complicada y en muchos casos imposibles, debida principalmente a la complejidad en la geometría del problema (la **Ilustración 13** es un ejemplo de este caso), a los estímulos externos al sistema, y a las condiciones de contorno.

En esos casos, la única solución para resolver este tipo de problemas es la resolución numérica (solución aproximada) del Problema de Valor de Contorno Inicial (Norrie and de Vries, 1973) [10]. El cual nos permite elaborar análisis y diseños con un alto grado de satisfacción y precisión. En la actualidad, los métodos más empleados para este fin son:

Método de las Diferencias Finitas (MDF).

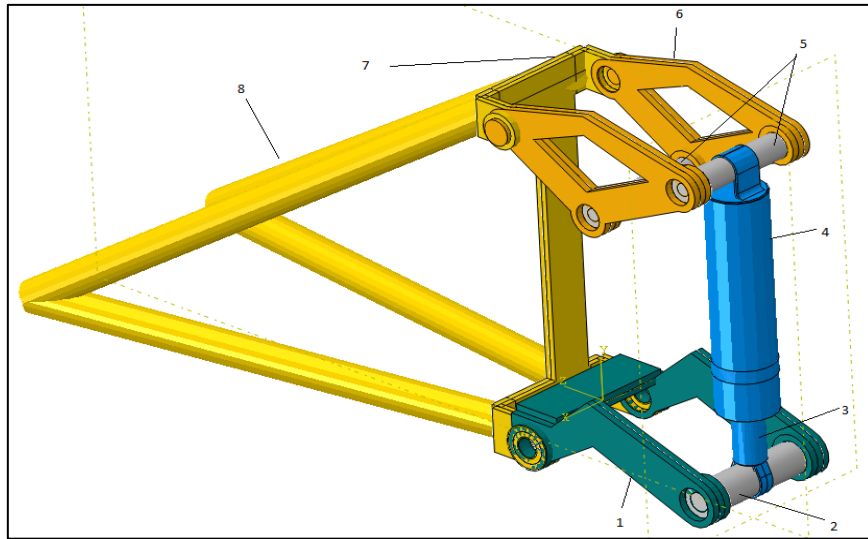
Método de los Elementos Finitos (MEF).

Método de los Elementos de Contorno (MEC).

Método de los Volúmenes Finitos (MVF)

Sin embargo, de todos ellos, el más difundido y estudiado en la mecánica de sólidos es el Método de los Elementos Finitos (MEF).





**Ilustración 13:** Sistema maestro de amortiguación de bicicleta Giant Reign.

Los problemas que generalmente destacan para el uso del método de elementos finitos son: el análisis de estructura, problemas de transferencia de calor, flujo de fluidos, transporte de masa y el cálculo de potencial electromagnético.

Aún cuando todos estos métodos constituyen una muy poderosa herramienta matemática, no dejan de ser métodos aproximados, debiéndose tener por lo tanto un especial cuidado en su utilización, ya que la calidad de las soluciones que se obtengan depende de varios factores, entre los cuales se puede destacar la distribución de la discretización espacial de la región en estudio.

El manejo correcto de este tipo de programas exige un profundo conocimiento no solo del material con el que se trabaja, sino también de los principios del MEF que anunciaremos posteriormente. Sólo en este caso estaremos en condiciones de garantizar que los resultados obtenidos en los análisis se ajustan a la realidad [12].

Discretización es el proceso de modelación de un cuerpo que consiste en la división equivalente del mismo, en un sistema conformado por cuerpos más pequeños (elementos finitos) interconectados por medio de puntos comunes o nodos, los cuales forman superficies y se comportan como volúmenes de control independientes, los que a su vez son afectados por las condiciones de frontera que afectan al cuerpo estudiado como a un todo en una sola operación [13]. Se divide el cuerpo del problema en un número finito de elementos, los cuales a su vez se resuelven simultáneamente y se obtiene el resultado de un todo conformado por cada resultado arrojado por los elementos finitos. En la **Ilustración 14** se muestra un ejemplo de discretización.

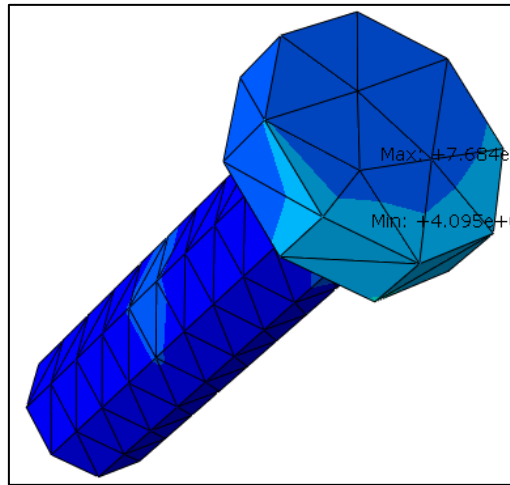


Ilustración 14: Discretización de un tornillo en elementos triangulares.

#### 2.4.1. Historia del Método de elementos finitos (MEF)

Tenemos que remontarnos hasta los antiguos matemáticos dónde usaban los primeros “elementos finitos” para predecir el valor de  $\pi$  de una forma bastante aproximada. La idea era representar el dominio de  $\pi$  limitando un círculo con polígonos (inscritos o circunscritos), de tal modo que los segmentos de rectas (elementos finitos), aproximasen la circunferencia del círculo. Así, obtenían una aproximación muy exacta del valor de  $\pi$  [15].

Arquímedes (287-212 a.C.) usó las mismas ideas para determinar áreas de figuras planas y volúmenes de sólidos aunque, por supuesto, no tenía el conocimiento del procedimiento de límite. Y esto fue lo que realmente le impidió descubrir el cálculo integral alrededor de dos mil años antes de que lo hicieran Newton y Leibniz [15].

Sin embargo, el desarrollo moderno de esta técnica comienza en el 1940 en el campo de la ingeniería estructural (aeroespacial). Courant propone la utilización de funciones polinómicas para la formulación de problemas elásticos en subregiones triangulares, como un método especial del método variacional de Rayleigh-Ritz para aproximar soluciones [12,13].

Fueron Turner, Clough, Martin y Topp quienes presentaron el MEF en la forma aceptada hoy en día. En su trabajo introdujeron la aplicación de elementos finitos simples (barras y placas triangulares con cargas en su plano) al análisis de estructuras aeronáuticas, utilizando los conceptos de discretizado y funciones de forma [12].

Actualmente el método se encuentra en una fase de expansión: es ampliamente utilizado en la industria y continúan apareciendo en cientos de trabajos de investigación, como es el caso.



Los ordenadores han aportado un medio eficaz de resolver la multitud de ecuaciones que se plantean en el MEF, cuyo desarrollo práctico ha ido caminando de la mano del avance de la arquitectura de los ordenadores.

Entre estos avances, además de permitir la descentralización de los programas de EF (elementos finitos), ha contribuido a favorecer su uso a través de sofisticados paquetes gráficos que facilitan el modelado y la síntesis de resultados.

Hoy en día ya se concibe la conexión inteligente entre las técnicas de análisis estructural, las técnicas de diseño (CAD), y las técnicas de fabricación.

Algunos de los programas de cálculo más conocidos son: Solidworks, Pro/ENGINEER, Algor, Ansys...etc. Y Abaqus, que será el programa a utilizar para el desarrollo del presente estudio.

#### 2.4.2. Conceptos generales del método analítico

Antes de explicar el MEF haremos un breve repaso general al método analítico de un caso muy simple que seríamos capaces de resolver. En la **Ilustración 15** se muestra un esquema general de relaciones para este tipo de problemas.

Un sólido real que cumple las siguientes condiciones: continuo, isótropo y deformable. Donde con las variables conocidas y las condiciones de contorno se resuelve el problema con las ecuaciones de equilibrio (**Ecuación 5**), constitutivas (**Ecuación 6**) y de compatibilidad (**Ecuación 7**) [14].



Ilustración 15: Esquema general de relaciones para un problema elástico.

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} + b_z = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} + b_y = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + b_x = 0$$

**Ecuación 5: ecuaciones de equilibrio**

Donde  $\sigma$  es la tensión normal (perpendiculares a las caras de los planos),  $\tau$  la tensión tangencial (contenidas en la cara de los planos) y  $b$  que serán las fuerzas por unidad de volumen. Estas últimas se obtendrán a partir de las condiciones de contorno.

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E_x} \sigma_x - \frac{\nu}{E_y} \sigma_y - \frac{\nu}{E_z} \sigma_z$$

$$\varepsilon_y = \frac{\nu}{E_x} \sigma_x + \frac{1}{E_y} \sigma_y - \frac{\nu}{E_z} \sigma_z$$

$$\varepsilon_z = \frac{\nu}{E_x} \sigma_x - \frac{\nu}{E_y} \sigma_y + \frac{1}{E_z} \sigma_z$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G_{XY}} \tau_{xy}, \quad \gamma_{xz} = \frac{1}{G_{YZ}} \tau_{yz}, \quad \gamma_{yz} = \frac{1}{G_{XZ}} \tau_{xz},$$

**Ecuación 6: Ecuación generalizada de Hooke**

Donde  $\varepsilon$  es la deformación,  $E$  el módulo de elasticidad de Young,  $G$  el módulo cortante y  $\nu$  el coeficiente de Poisson.

$$2 \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ -\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right\} \quad \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial z^2}$$

$$2 \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x \partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right\} \quad \frac{\partial^2 \gamma_{xz}}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial x^2}$$

$$2 \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right\} \quad \frac{\partial^2 \gamma_{yx}}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y^2}$$

**Ecuación 7: Ecuaciones de compatibilidad.**

### 2.4.3. Conceptos generales del método de elementos finitos

Para el análisis de un problema estructural de esfuerzos, como es el caso que nos compete, el ingeniero busca la determinación de esfuerzos y desplazamientos de la estructura estudiada; la cual se encuentra en equilibrio ya que es sometida a cargas determinadas. Para la gran mayoría de los análisis estructurales es difícil determinar la distribución de deformaciones usando métodos convencionales, por lo que tendremos que usar el MEF.

Independientemente de la naturaleza física del problema, el análisis del mismo mediante el MEF sigue los siguientes pasos:

#### a. Definición del problema y su dominio.

El dominio es el espacio geométrico donde se va a analizar el sistema.

El análisis de un problema por MEF tiene implícito dos tipos de aproximación. El primer método es el llamado el método de la fuerza o la flexibilidad, el cual se basa en el uso de fuerzas internas como las incógnitas del problema. Para la obtención de las ecuaciones, tienen que emplearse primero las ecuaciones de equilibrio según la **Ecuación 5**. Después es necesario introducir ecuaciones adicionales algebraicas redundantes que determinan las fuerzas internas desconocidas.

El segundo método es el llamado método de desplazamiento, o método de rigidez, el cual asume el desplazamiento de nodos como las incógnitas del problema.

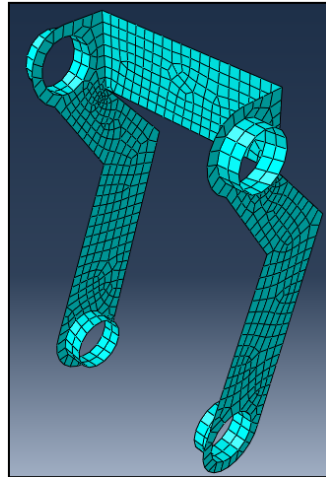
Éste requiere el establecimiento de ejes de coordenadas globales en referencia a los cuales se describen las coordenadas de los nodos, los cuales, a su vez, definen las ecuaciones de las líneas, superficies y volumen de los elementos [15]. Este método es mucho más fácil de implementar ya que el planteamiento del problema es mucho más sencillo.

#### b. Discretización del dominio.

Normalmente el problema está definido sobre un dominio continuo, las ecuaciones generales del problema, con excepción de las condiciones de contorno, son válidas tanto en todo el dominio como en cualquier parte de él. Esto permite idealizar el dominio a través de elementos, interconectados a través de los nodos, de diferentes formas y tamaño [15].

Esta forma de discretización introduce ciertas aproximaciones. Sin embargo, colocando un número suficiente de elementos se podrá reproducir el dominio tan aproximado como queramos. Así, es cierto que (en general) reduciendo el tamaño de la malla se obtienen mejores resultados. Aunque computacionalmente hablando no sean muy productivos, ya que puede

obtener valores muy similares a cambio de un periodo de tiempo de proceso muy largo. Por lo tanto, habrá que aproximarse a tamaño ideal que no siempre será igual en una misma estructura, ya que habrá zonas críticas. En el ejemplo de la **Ilustración 16** las zonas críticas estarán en los agujeros pasadores.



**Ilustración 16:** Pieza mallada con elementos cuadrados y zonas críticas.

### c. Identificación de las variables de estado

Hasta este paso, es indiferente la naturaleza física del problema. Desde aquí, la descripción matemática del fenómeno físico conducirá al correspondiente valor de contorno, el cual contendrá las variables de estado asociadas al mismo.

Variables conocidas y que condicionan el cambio del sistema: cargas, desplazamientos, temperaturas, voltaje, focos de calor... Estas variables se relacionarán entre sí a través de las ecuaciones constitutivas, podemos encontrarlas en la **Ecuación 6**.

### d. Formulación del problema

El problema físico está formulado a través de un conjunto de ecuaciones diferenciales con sus correspondientes condiciones de contorno.

### e. Establecimiento de los sistemas de referencia

Todos los cálculos en el MEF se pueden realizar directamente en el sistema global, pero es un procedimiento muy trabajoso y complicado. Por ello, se debe realizar cada función de forma en un sistema local de cada elemento. Puesto que la transformación de coordenadas entre dos sistemas

coordenados está bien definida y es una operación matemáticamente sencilla [15].

En el caso de las tensiones, se podrá hacer por el método de cambio de sistema de referencia **Ecuación 8**, o bien por el método del círculo de Mohr.

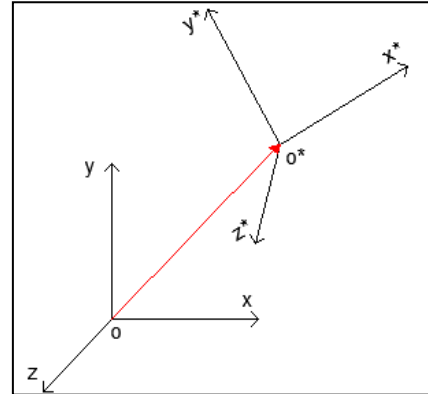
$$[T] = [R] * [T^*] * [R]^T$$

$$[T^*] = [R]^T * [T] * [R]$$

$$[T] = \text{Tensor de tensiones referido a } P_{xyz}$$

$$[T^*] = \text{Tensor de tensiones referido a } P_{x^*y^*z^*}$$

$$[R] = \text{Matriz del cambio de ejes}$$



**Ecuación 8: Cambio de sistema de referencia**

#### f. Construcción de las funciones de aproximación de los elementos

En el MEF, la aproximación tanto del dominio como las variables de estado involucradas, se realizan mediante funciones algebraicas. Si el elemento es plano o de lado recto, las coordenadas de los nodos, definirán la forma exacta del mismo. Debido a esto, la discretización del dominio en multitud de ocasiones se realiza mediante elementos de lados rectos. Sin embargo, para algunos problemas estos elementos pueden producir errores inaceptables y los elementos tendrán que ser de orden superior [15].

Un argumento similar es válido para la aproximación de las variables de estado. Éstas pueden aproximarse mediante una función lineal o a través de funciones de orden superior (cuadráticas, cúbicas...). El análisis deberá decidir si la aproximación física (variables de estado, m) y la geométrica (forma del elemento, n) tendrán el mismo orden o si tendrá preferencia alguna sobre otra en todo el dominio o en alguna parte del mismo [15]. Dependiendo de los grados de aproximación de las variables de estado (m) y de los elementos (n) podrán ser: (a)  $m < n$  subparamétrico, (b)  $m = n$  isoparamétrico y (c)  $m > n$  superparamétrico. Ejemplo de los diferentes tipos de elementos en la **Ilustración 17**.

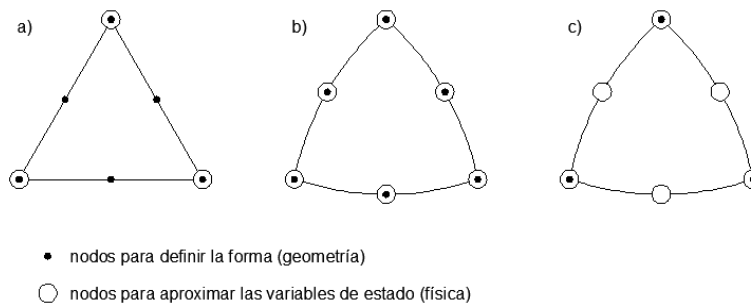


Ilustración 17: Ejemplo de elementos finitos subparamétricos (a), isoparamétricos (b) y superparamétricos(c).

### g. Determinación de las ecuaciones a nivel de cada elemento

Usando algún modelo matemático (métodos de energía, trabajo virtual...) se debe establecer sobre cada elemento las ecuaciones discretas del problema continuo. Aquí aparecerá la llamada "matriz de rigidez" de cada elemento con respecto a su sistema local de referencia. Se define la matriz de rigidez como el elemento  $K$ , el cual es la matriz que conforma la **Ecuación 9** donde  $K$  se relaciona con las coordenadas locales de desplazamiento  $D$  en donde afectan las fuerzas  $f$  para un solo elemento [13].

En un medio continuo o una estructura compuesta por una serie de elementos elásticos, la matriz de rigidez  $k$  relaciona las coordenadas globales  $(x,y,z)$ , los desplazamientos nodales  $D$  y las fuerzas globales  $F$  de todo el medio o estructura. Es importante recalcar que esta matriz global, según la **Ecuación 9**, está referenciada a la matriz que describe el comportamiento local para cada elemento que conforma todo el sistema. Este paso involucra la consideración de las ecuaciones constitutivas (**Ecuación 6**) y, generalmente, el uso de la integración numérica [13].

$$\{F\} = [K]\{d\}$$

Ecuación 9: Matriz de rigidez global.

### h. Transformación de las coordenadas

Una vez determinada la matriz de rigidez de todos los elementos es necesario realizar la transformación de coordenadas, que permita transformar las matrices de rigidez desde sus respectivos ejes de coordenadas locales al sistema global de referencia [15]. Lo podremos hacer mediante la **Ecuación 8**.

### i. Ensamblaje de las ecuaciones de los elementos

Se realiza mediante la configuración topológica de los elementos, dicha configuración se obtiene a través del establecimiento de una relación entre la

---

numeración local de los nodos de los elementos y la numeración global de los mismos. El método se basa en la superposición de matrices de rigidez de los elementos. La matriz resultante se denomina matriz global del sistema y será la **Ecuación 9** [15].

#### **j. Introducción de las condiciones de contorno**

Se introducen las condiciones de contorno en la matriz global del sistema, con lo cual la matriz se podrá reducir.

Los valores conocidos de la función en los contornos, son las llamadas condiciones de contorno esenciales, y usualmente estos valores son cero o constantes [15].

#### **k. Solución del sistema de ecuaciones resultante**

Los procedimientos de solución de dichos sistemas se pueden clasificar en dos grupos: los métodos directos, tales como los métodos de Gauss y de factorización de Cholesky. Los cuales son los más utilizados para pequeños sistemas de ecuaciones. Y los métodos iterativos, tales como los métodos de Gauss-Seidel y el de Jacobi, los cuales son apropiados para sistemas de órdenes mayores. Sin embargo, estos métodos no son los adecuados en problemas con múltiples sistemas de cargas. Cuando el sistema de ecuaciones es no lineal los procedimientos que se utilizan son el método de Picard, el método de Newton-Raphson y variaciones del método de Newton [15].

#### **l. Interpretación de los resultados**

Con la resolución del sistema de ecuaciones se obtienen los valores aproximados de las variables en los puntos discretos (nodos) del dominio.

La comprobación de los resultados obtenidos es una de las tareas más importantes del MEF, ya que deben verificarse con un análisis de sensibilidad cuáles de los resultados son congruentes. Para ello habrá que estimar el error y después de analizar los resultados habrá que decidir si el análisis ha llegado a su fin o hay que repetir alguna de las fases anteriores [11]:

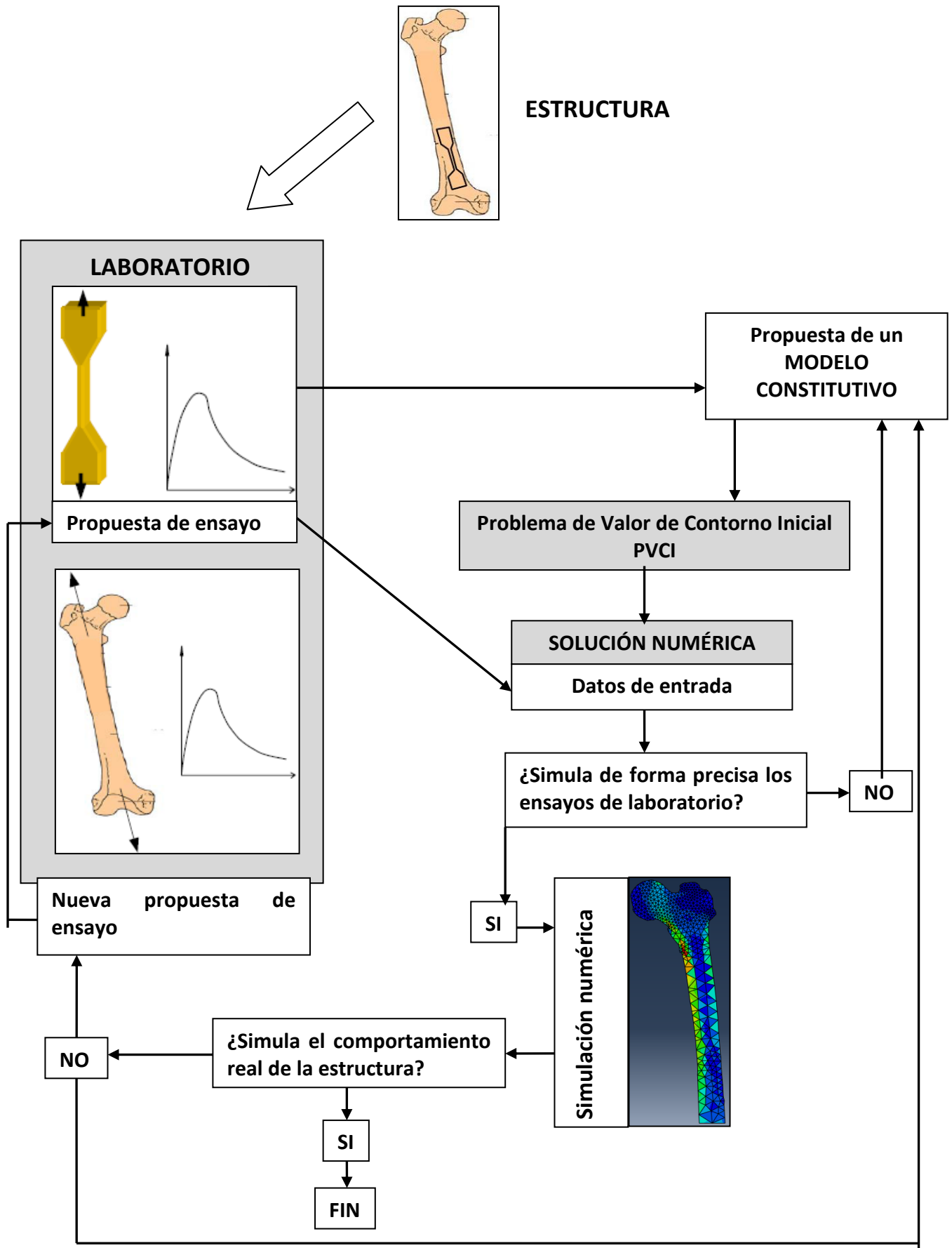


Ilustración 18: El modelo constitutivo dentro de la Mecánica Computacional [11].



## 2.5. Abaqus

Abaqus FEA es un conjunto de programas informáticos de simulación que aplica el método de los elementos finitos para realizar cálculos estructurales en diversos sectores [16]: automovilística, aeronáutica, biomecánica (en el que pertenece el caso estudiado)...

Este conjunto de programas nos darán una solución para distintos tipos de problemas, y serán [16]:

**Abaqus/CAE:** permite modelizar partes en chapa, vigas y sólidos en 3D. Y luego se podrán estudiar por separado o creando un conjunto de varias partes.

También se podrán leer archivos en el módulo part creados a partir de otros programas de diseño por ordenador CAD como Inventor, Solidworks, Catia... o construir scripts en lenguaje Python que generen una geometría válida para el software.

**Abaqus/Standard:** Programa diseñado para el cálculo de problemas estáticos, lineales y no lineales, y dinámicos de baja velocidad, tales como propagación de grietas, perturbaciones lineales, cargas estáticas... tanto en dominio de frecuencia como en el del tiempo.

**Abaqus/Explicit:** Diseñado para resolver y simular por elementos finitos, problemas dinámicos incluyendo simulación de impactos, choques, caídas libres, consumos electrónicos, pruebas de balística...

**Abaqus/CFD:** Aplicación que se especializa en el cálculo de problemas en los que interviene la dinámica de fluidos.

En el estudio de este proyecto sólo usaremos dos partes de este conjunto, el programa de Abaqus/CAE para modelizar el fémur desde un script en Python modificado en Notepad++, y Abaqus/Standard para realizar los ensayos estáticos y obtener los resultados.

## 2.6. Matlab

Matlab es un potente lenguaje diseñado para el cálculo técnico. El nombre de MATLAB proviene de MATrix LABoratory, dado que el tipo de dato básico que gestiona es una matriz (array). Matlab puede ser utilizado en computación matemática, modelado y simulación, análisis de procesamiento de datos, visualización y representación de gráficos, así como para el desarrollo de algoritmos [17].

Matlab es ampliamente conocido y utilizado por universidades para el aprendizaje en cursos básicos y avanzados de matemáticas, ciencias y, especialmente, ingenierías. En la industria se usa habitualmente en investigación, desarrollo y diseño de prototipos.

El programa estándar de Matlab comprende una serie de funciones que pueden ser utilizadas para resolver problemas comunes. Pero Matlab incorpora además otras librerías específicas llamadas toolboxes, como Simulink, que son colecciones especializadas y diseñadas para resolver problemas muy específicos [17].

Matlab tiene un lenguaje propio, que se basa básicamente en C. Y para programar en este lenguaje hay que tener unos conocimientos previos de la programación [17].

## 2.7. Python

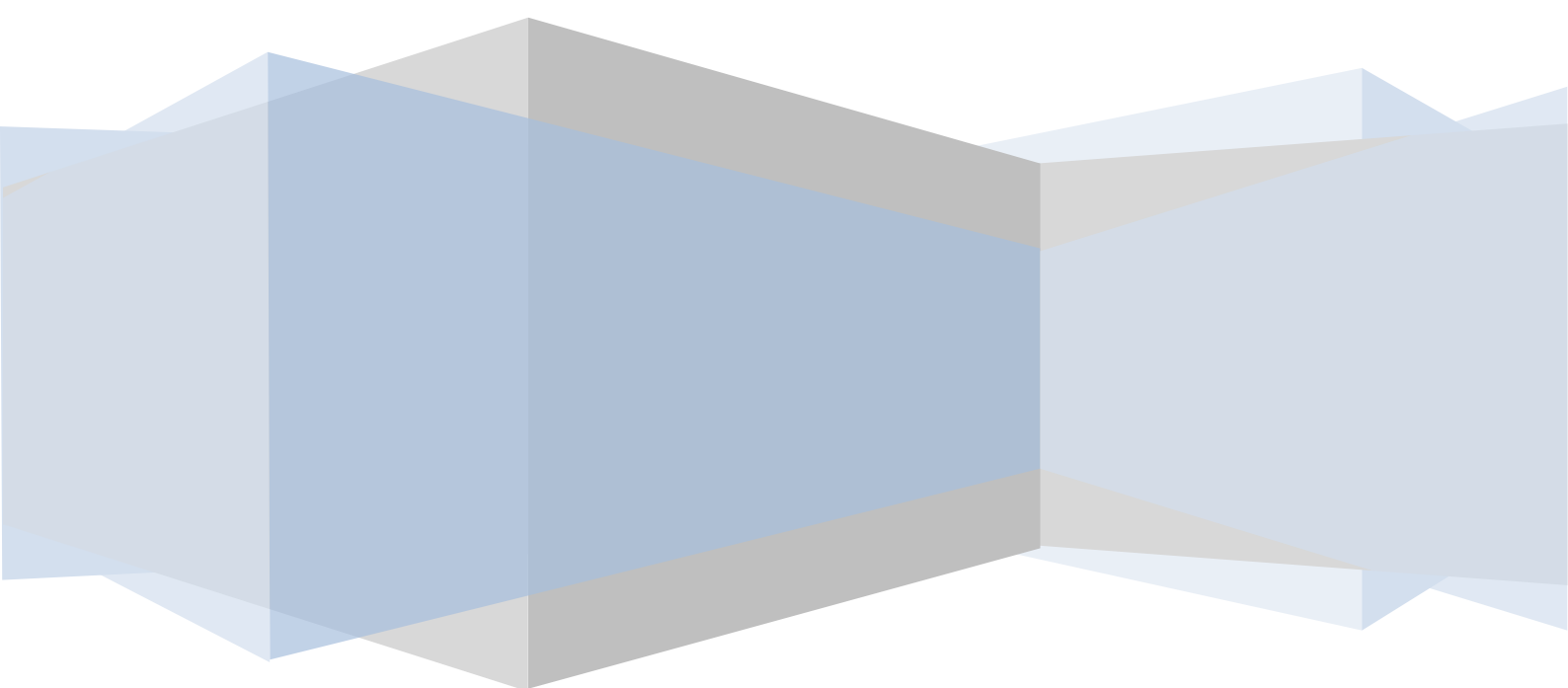
Python es un lenguaje de programación de alto nivel, interpretado y multipropósito. Fue creado por Guido van Rossum, un programador de origen holandés, en los años 80 para las matemáticas y la informática de los Países Bajos [18].

En la actualidad es uno de los lenguajes de programación más empleados para el desarrollo de software ya que es un lenguaje diseñado para que la lectura del código fuese sencilla, fácil de interpretar y de libre acceso para cualquiera que quiera utilizarlo, sin tener que pagar ninguna retribución.

Al admitir varios tipos de programación y soportar la programación orientada a los objetos, facilita la construcción de scripts para programas con interfaz programable como es el caso de Abaqus [18].



# Capítulo 3: PROCESAMIENTO DE LAS IMÁGENES

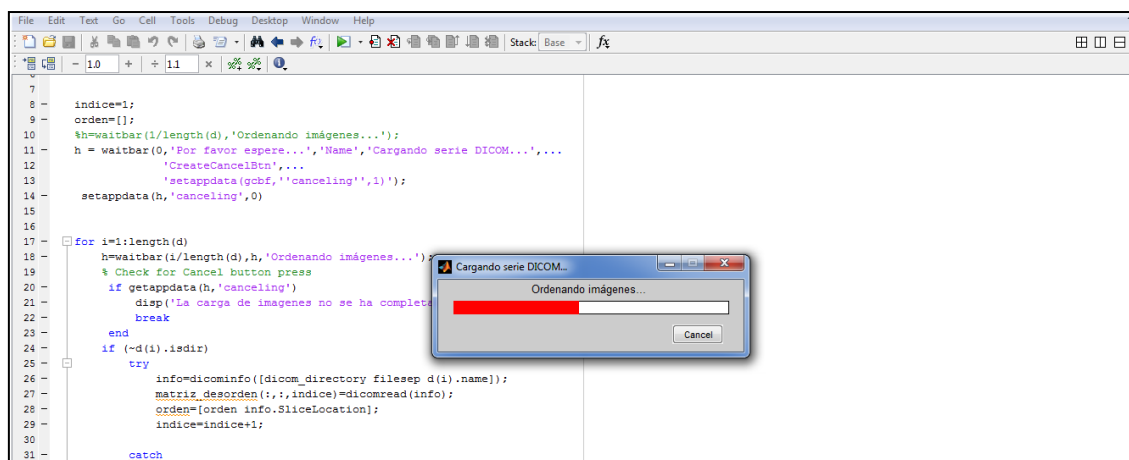


### 3. PROCESAMIENTO DE LAS IMÁGENES

En este capítulo vamos a comentar los pasos realizados en matlab para la obtención de las coordenadas del contorno del fémur. Con la finalidad de pasar esas coordenadas a lenguaje Python y mallar el hueso desde abaqus.

#### 3.1. Lectura y representación de las imágenes

Al comenzar a correr el script inicializamos borrando todas las variables y matrices que pueda haber en el programa. Posteriormente, debemos indicar la ubicación de la carpeta que queremos utilizar para leer los archivos DICOM e iniciará la carga de la serie. En la **Ilustración 19** se muestra la interfaz del script en proceso de carga de imágenes.



**Ilustración 19: Cargando series DICOM.**

Finalmente, una vez que ha verificado que todos los archivos son de tipo DICOM los leerá con la función 'dicomread'. Aunque anteriormente será absolutamente necesaria la función 'dicominfo' para acceder a la estructura de metadatos de cada imagen, donde estarán almacenados los datos del paciente y de la imagen, y podrá ir ordenando las imágenes según el dato de la imagen 'SliceLocation' que la situará en el lugar que le corresponde.

Así conseguiremos una matriz tridimensional, según muestra la **Ilustración 20**, de  $M \times N \times O$  (volumen=512x512x906), donde N representa el número de píxeles de

ancho,  $M$  el número de píxeles de largo según los ejes  $x$ ,  $y$ . Y  $O$  representará el apilamiento de cada corte ortogonal a lo largo de una profundidad  $z$ , denominado voxel. Cada elemento de la matriz  $V_{NM}$  almacena información del valor de HU.

$$\text{Volumen}(x, y) \begin{pmatrix} V_{11} & \cdots & V_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ V_{M1} & \cdots & V_{MN} \end{pmatrix}$$

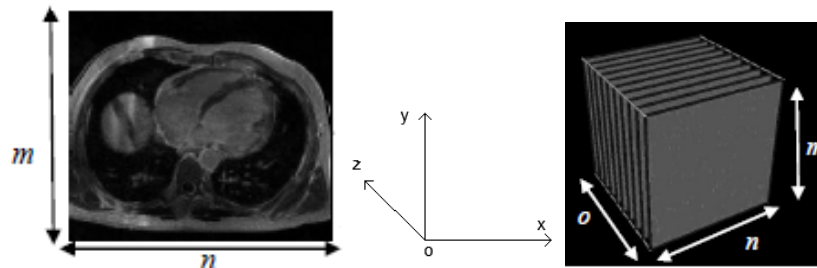


Ilustración 20: Representación de una imagen transversal en escala de grises.

Puesto que el presente estudio será bidimensional, es interesante obtener el plano medio ('más simétrico') del hueso en posición longitudinal. Para colocar la imagen en la posición longitudinal, en lugar de la transversal, se realizará un cambio de ejes. Entonces la nueva imagen de grises, según la **Ilustración 21**, ya no tendrá los píxeles de forma cuadrada  $N \times M$ , sino que será de forma rectangular  $N \times O$  (**ver pág. 20**).

Según la resolución del escáner utilizado para este proyecto estas dimensiones tomarán los siguientes valores:  $N=0.2\text{mm}$  y  $O=0.3\text{mm}$ . Recordemos que la resolución del escáner lo definirá el número total de píxeles por pulgada ( $=2.54\text{cm}$ ).



Ilustración 21: Representación de una imagen longitudinal en escala de grises.

## 3.2. Creación de la máscara

Para la obtención de las coordenadas necesitamos un contorno claramente delimitado. Para ello, comenzamos creando una máscara.

La función de la máscara es crear un área rellena a partir de un valor de HU, como se muestra en la **Ilustración 22**, el cual delimitará a partir de donde empieza el hueso. El valor tomado para la creación de la máscara será de 400 HU, puesto que el escáner tiene una nube difusa de valores de HU y un valor menor puede llevarnos a un contorno erróneo. Conociendo, según la **Tabla 1**, que el valor del hueso compacto estará entorno a los 1000 HU.

No habrá ningún problema con las regiones dentro del hueso que se queden fuera de este límite, ya que posteriormente se rellenarán.

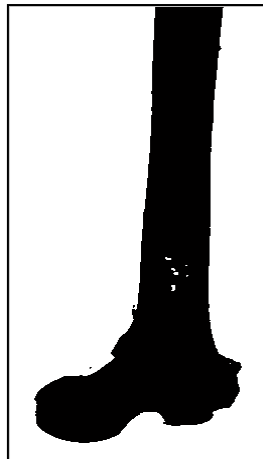


Ilustración 22: Máscara del fémur.

## 3.3. Rellenado de regiones

Se parte de un conjunto de puntos conectados que encierra una región que se desea rellenar, se asigna un valor de 1 a los puntos interiores del contorno y un valor de 0 a los que están en el exterior, obteniendo así una máscara más clara y totalmente rellena. La **Ilustración 23** muestra el resultado del relleno de regiones.

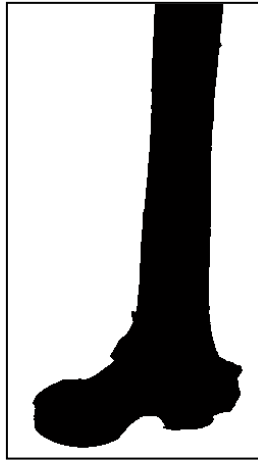


Ilustración 23: Relleno de regiones.

### 3.4. Detección de bordes

La detección de bordes tiene como objetivo la identificación de puntos en una imagen digital que tiene discontinuidades y es fundamental en el tratamiento de imágenes, por lo que es importante conocer tanto los sistemas más simples como otros algoritmos más complejos.

Existen dos principales familias de detectores de bordes: por un lado están los que se basan en el gradiente, es decir la primera derivada: Sobel, Prewitt y Robberts; y por otro lado, los que se basan en la Laplaciana, que se corresponde con la segunda derivada: Log y Canny.

La diferencia entre los distintos detectores de borde la marca la máscara usada para calcular las derivadas. De ese modo nos encontramos con que los detectores que se basan en el gradiente tienen una máscara para calcular el gradiente sobre el eje X y otra para calcularlo sobre el eje Y, mientras que los detectores que se basan en la Laplaciana usan una única máscara [19].

A los detectores se les puede incluir además un umbral. Este umbral marca el valor por debajo del cual se considera que el pixel que se está evaluando no forma parte de un borde.

En este proyecto se ha usado el detector Canny, su resultado se muestra en la **Ilustración 24**, y será el único que se explique más detalladamente.

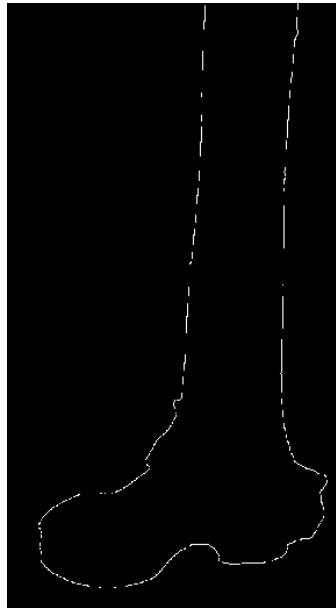


Ilustración 24: Borde de la máscara a partir del operador Canny.

- **Canny:** Este operador se basa en tres pasos: primero suaviza la imagen para eliminar ruido, posteriormente calcula el gradiente, y selecciona los máximos locales (de esta manera se evitan bordes anchos) y para finalizar, elimina los bordes creados por ruido [19].

La principal ventaja de este algoritmo es que es muy rápido y además es muy robusto contra el ruido, pero esa es su principal desventaja también, porque en ocasiones elimina bordes reales de la imagen.

### 3.5. Coordenadas finales

Hallar las coordenadas finales de la matriz realizada por el operador Canny es la finalidad de este capítulo. Ya que posteriormente se creará un script de spline en Python y se tendrá que indicar cuáles son los puntos a recorrer.

Hay que tener especial cuidado a la hora de guardar estas coordenadas, porque si se recorren las filas de la matriz Canny se obtienen las coordenadas enfrentadas, y después abaqus no podrá realizar ese spline (además de que tampoco valdría de nada) como puede verse en la **Ilustración 25**.

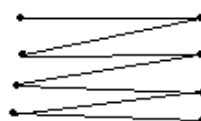


Ilustración 25: Ejemplo de spline.



Por esta razón, una vez que se encuentra la primera coordenada habrá que buscar cuál es la siguiente más cercana. Y esto se programará buscando en todas las celdas de alrededor hasta que encuentre un 1 con una coordenada diferente de la anterior, según la

Ilustración 26:

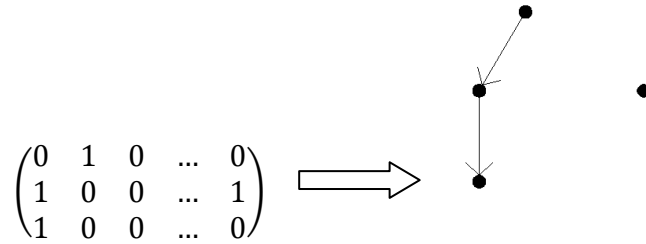
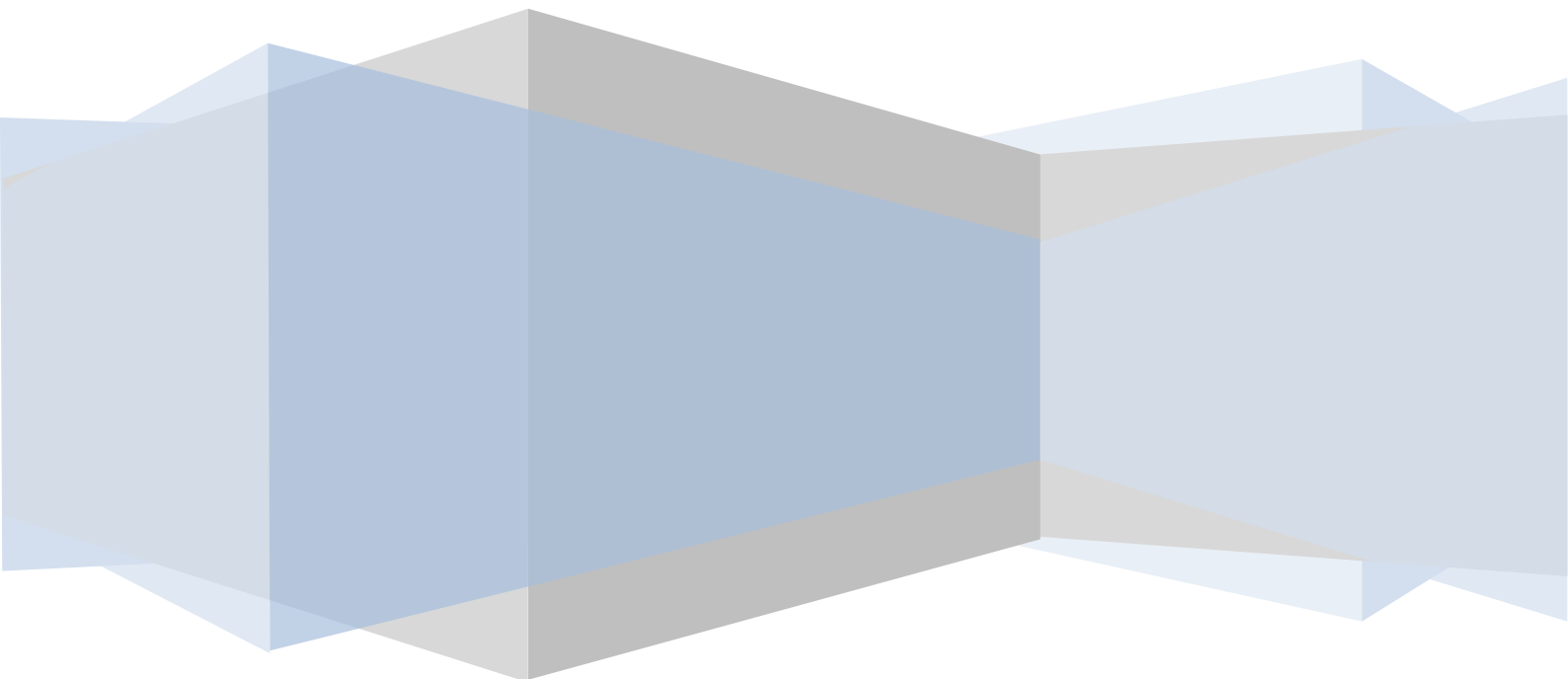


Ilustración 26: Ejemplo de toma de coordenadas.



# Capítulo 4: MALLADO



---

## 4. MALLADO

El mallado o discretización del problema será una parte fundamental del proyecto, ya que en base a ello se obtendrá unos resultados diferentes. Una vez realizado el estudio completo habrá que inspeccionar si los resultados obtenidos a través de Abaqus son congruentes mediante un análisis de sensibilidad.

### 4.1. Script en Python

El programa de diseño y cálculo Abaqus se divide en varios módulos. El primero de ellos será el módulo 'Part', y en este módulo es donde se modelizan las distintas partes para el posterior estudio. En nuestro caso sólo tendremos una parte, que será el fémur en sí.

Obtener las medidas de un fémur sería algo muy tedioso y prácticamente inviable, por ello se han obtenido las coordenadas aproximadas de su contorno a través de un escáner como ya hemos visto anteriormente.

Para optimizar el proceso, se genera un script en el módulo 'Part' para poder usarlo de plantilla, para ello en este módulo generamos un spline tipo placa (estudio bidimensional) insertando puntos al azar.

Posteriormente abriremos el documento con la extensión .py (Python) a través de un blog de notas que permite leer y programar en él, Notepad++, y modificaremos los puntos insertados al azar por nuestras coordenadas finales.

Finalmente cuando se lea de nuevo el documento modificado en Abaqus aparecerá el fémur como una placa bidimensional.

### 4.2. Tamaño de la malla

Una vez obtenido el fémur se discretiza, como en la **Ilustración 27**. Aquí se saltan varios módulos a los que posteriormente se volverá, y esto será de este modo porque como bien hemos explicado en el apartado de la teoría del fémur, estructura del hueso **pág. 26**, el hueso está formado por dos tipos de tejidos principalmente: compacto y esponjoso.

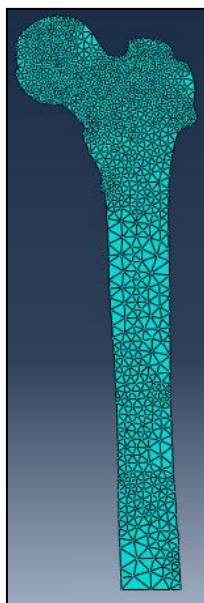


Ilustración 27: Mallado del fémur.

Por lo tanto, cada parte del hueso dependiendo de sus valores HU tendrá una densidad diferente, y para indicarle a cada parte su densidad necesitamos el fémur fragmentado en partes muy pequeñas (diferenciales-elementos).

Para iniciar el mallado hay que insertar el hueso en el módulo 'Assembly', y se realizará como una parte independiente. Aunque esto con una sola parte no tiene sentido ya que asignarle dependiente o independiente es razonable cuando tienes dos o más partes. Pero el software necesita un conjunto para poder iniciar el estudio.

Desde el módulo 'Mesh' se discretiza el hueso con elementos triangulares indicándolo en 'Mesh', 'Controls' y tipo 'Tet'. También habrá que indicar una aproximación global del tamaño.

En este módulo se han creado diferentes modelos dándoles diferentes tamaños, según la **Tabla 2**. Posteriormente se analiza cada caso y se estudia a través de un análisis de sensibilidad cuál es concluyente para obtener el campo de tensiones, desplazamientos y deformaciones del fémur.

Estudio	1	2	3	4	5	6
Aproximación global del tamaño (mm)	17	15	10.8	7	6	5

Tabla 2: Tamaño de elementos

---

### 4.3. Nodos y elementos

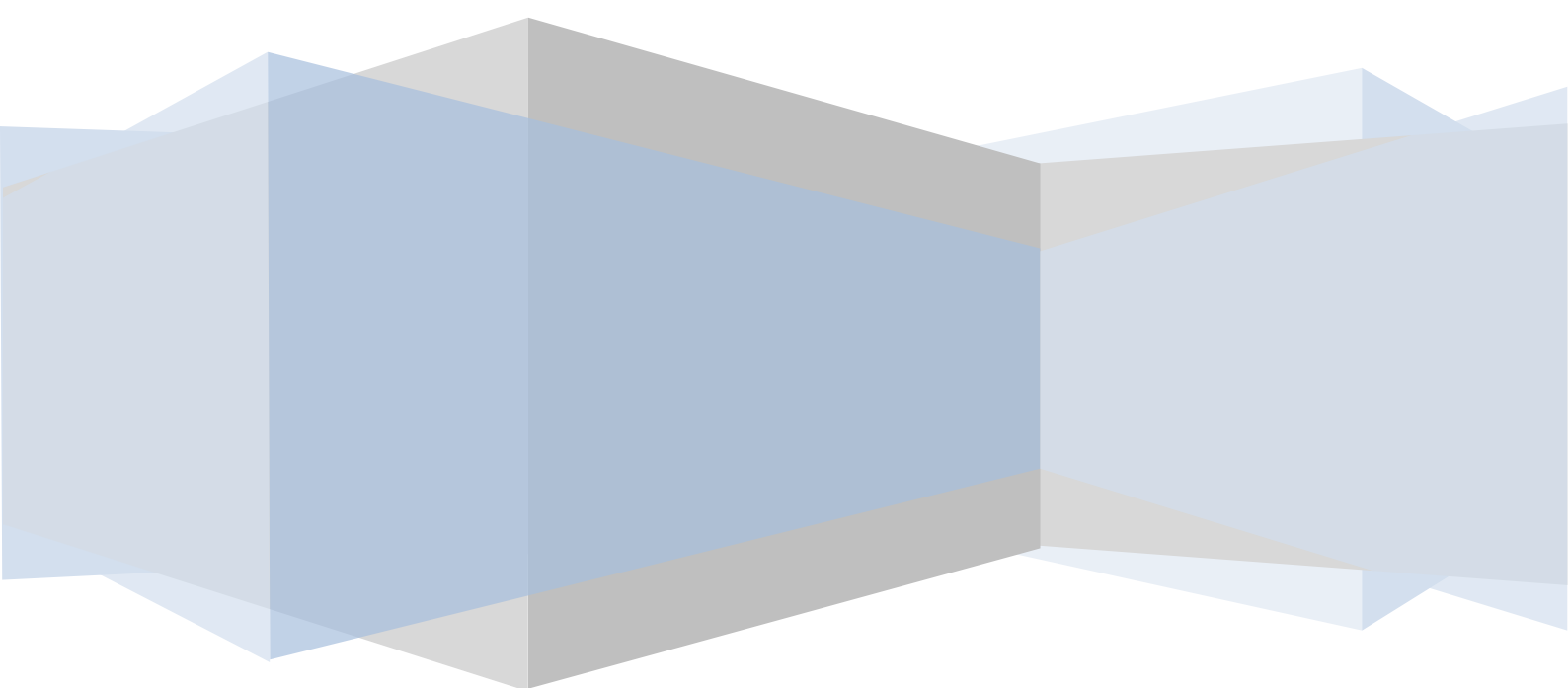
Para finalizar, en la situación del módulo 'Job', se crea un trabajo para poder generar un estudio. Al no tener asignado ningún material, carga, condiciones de contorno... nos indicará un error y no se completará. Pero aún así se generará un archivo .inp dónde se obtendrá otra plantilla en la cual estarán todos los elementos con sus nodos y todos los nodos con sus coordenadas.

Estos elementos y nodos se introducirán en Matlab, y en Matlab se desarrollará un script. En él, se realizará una media aritmética de los valores de HU en cada elemento para asignarles un material diferente con su densidad, módulo de Young y viscosidad. Pero este asunto se estudiará con más profundidad en el apartado posterior.

Al haber realizado 6 casos de estudio, se producirán: 6 archivos .inp y 6 archivos de Matlab (cada cual tendrá los elementos del tamaño establecido y las coordenadas de sus nodos de conexión).

# Capítulo 5:

## CASOS DE ESTUDIO



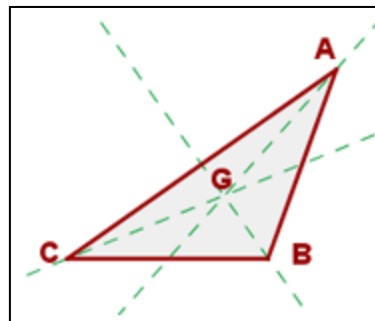
## 5. CASOS DE ESTUDIO

### 5.1. Asignación de materiales

Hasta aquí, y en cada caso estudiado, se obtiene una matriz con todas las coordenadas de cada nodo (matriz\_nodos), y otra con todas las coordenadas de los nodos que tiene cada elemento (matriz\_elementos). Y con estos elementos se indicará a cada región del hueso un material distinto, dependiendo de la media aritmética de sus HU (escala de grises).

En primer lugar, se recorre cada elemento para guardar las coordenadas x-y de los tres puntos (nodos) que lo definen; los cuales se guardarán en un vector temporal que se irá reemplazando con el paso de cada elemento.

Para hacer una programación más óptima y que el tiempo de procesamiento sea menor, con ese vector se hallará el baricentro del triángulo y se buscará sólo en una región próxima de este punto (baricentro), que se hallará con la **Ecuación 10**.



$$A = (x_1, y_1); B = (x_2, y_2); C = (x_3, y_3) \quad G = \left( \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$$

**Ecuación 10: Baricentro de un triángulo**

Esta región recorrerá un cuadrado que variará dependiendo de la aproximación del tamaño de elemento. Por ejemplo, una aproximación de 15mm de tamaño irá de  $\pm 7.5\text{mm}$  en el eje x, y de  $\pm 7.5\text{mm}$  en el eje y; y así sucesivamente en cada estudio. Recordemos que cada píxel mide 0.2mm en el eje x, y 0.3mm en el eje y.

Cada vez que se tiene un píxel identificado dentro de ese cuadrado se comparará con la ayuda de la función `inpolygon` de Matlab. Y esta función

nos indicará si el píxel está dentro o fuera del elemento (triángulo diferencial) en el que nos hayamos.

Si estuviera dentro, los valores de HU de cada píxel se irán almacenando en otro vector (vector\_HU) hasta que recorra toda la región. Posteriormente realizará una media aritmética con los valores almacenados y lo guardará en otro vector (HU\_media), donde finalmente se encontrarán los valores medios de HU de cada elemento.

Analizando los valores medios de cada elemento, se decide crear 10 materiales diferentes. Y esos 10 materiales se van a dividir en función del HU mínimo y el HU máximo de cada caso. Los rangos de HU de cada caso serán los siguientes según la

**Tabla 3:**

Tamaño elemento (mm)	5	6	7	10,8	15	17
	Rango HU					
Material 1	22-319	99-386	250-525	440-660	490-731	480-717
Material 2	319-616	386-673	525-800	660-920	731-972	717-954
Material 3	616-913	673-960	800-1075	920-1180	972-1213	954-1191
Material 4	913-1210	960-1247	1075-1350	1180-1440	1213-1454	1191-1428
Material 5	1210-1507	1247-1534	1350-1625	1440-1700	1454-1695	1428-1665
Material 6	1507-1804	1534-1821	1625-1900	1700-1960	1695-1936	1665-1902
Material 7	1804-2101	1821-2108	1900-2175	1960-2220	1936-2177	1902-2139
Material 8	2101-2398	2108-2395	2175-2450	2220-2480	2177-2418	2139-2376
Material 9	2398-2695	2395-2682	2450-2725	2480-2740	2418-2659	2376-2613
Material 10	2695-2992	2682-2969	2725-3000	2740-300	2659-2900	2613-2850

**Tabla 3: Rango de Materiales Utilizados**

Para obtener las propiedades de los materiales en sí (densidad,  $\rho$ -app, y módulo de Young, E) nos ayudamos del artículo de revista [20], donde hacen un estudio de un fémur con el método de elementos finitos, y encontramos las relaciones para asignar las propiedades a los materiales en el modelo de imágenes desde CT (tomografía computarizada), Estas relaciones se muestran en la **Ecuación 11**:



$$\rho\text{-QCT}\left(\frac{g}{cm^3}\right) = 0.00079114 * HU - 0.00382144$$

$$\rho\text{-ash}\left(\frac{g}{cm^3}\right) = 0.877 * \rho\text{-QCT} + 0.0789$$

$$\rho\text{-app}\left(\frac{g}{cm^3}\right) = \frac{\rho\text{-ash}}{0.6}$$

$$E(MPa) = 6850 * \rho\text{-app}^{1.49}$$

Ecuación 11: Relaciones para asignar propiedades a los materiales

El valor de HU será el valor medio de cada rango, las unidades de la densidad serán  $\left(\frac{Tn}{mm^3}\right)$ , las del módulo de Young (MPa) y el coeficiente de Poisson será 0.3 en todos los casos [20].

Posteriormente en Matlab se clasifican los elementos dentro de los 10 grupos según su rango de HU media con la condición de la

**Tabla 3** y se irán almacenando cada elemento en su vector correspondiente (vector1, vectorn... vector10) para después copiar esos vectores en el grupo (set) de material que corresponda. Un ejemplo de este script es la **Ilustración 28**.

```

for i=1:1:12554
    n=HUmedia(i,1);

    if (n>=22 && n<319)
        vector1(a,1)=i;
        a=a+1;
    end

    if (n>=319 && n<616)
        vector2(b,1)=i;
        b=b+1;
    end

    %
    %
    %

    if (n>=2695 && n<2992)
        vector10(k,1)=i;
        k=k+1;
    end

end

```

Ilustración 28: Ejemplo de distribución con elementos de tamaño 5mm

El bucle 'for' comenzará en 1 y terminará en el número de elementos de cada caso estudiado.

Y finalmente, en Abaqus y con el .inp guardado anteriormente, se crea un material cualquiera en una sección cualquiera para obtener un nuevo script que se usará como plantilla.

Y con ello, se verá el material con sus propiedades y a los elementos que pertenece. Entonces, tendremos que crear en ese script 10 secciones que corresponderán a 10 grupos de elementos (elsets). Según se muestra en la **Ilustración 29**. Y 10 materiales con las propiedades obtenidas según las relaciones de las **Ecuación 11**, según se muestra en la **Ilustración 30**. E indicar en cada 'elset' cuales son los elementos que abarcan. Según se muestra en la **Ilustración 31**.

```
** Section: Section-1-SET-1
*Solid Section, elset=SET-1, material=MATERIAL-1
,
** Section: Section-2-SET-2
*Solid Section, elset=SET-2, material=MATERIAL-2
,
.
.
.
** Section: Section-10-SET-10
*Solid Section, elset=SET-10, material=MATERIAL-10
```

Ilustración 29: Ejemplo de script creación de secciones

```

** MATERIALS
**
*Material, name=MATERIAL-1
*Density
  8.32154e-10,
*Elastic
  5209.48, 0.3
*Material, name=MATERIAL-2
*Density
  1.11095e-09,
*Elastic
  8012.61, 0.3
.
.
.
*Material, name=MATERIAL-10
*Density
  3.3413e-09,
*Elastic
  41335.6, 0.3

```

Ilustración 30: Ejemplo de script creación de materiales

```

*Elset, elset=SET-1
  76, 107, 111, 168, 173, 244, 254, 276, 290
*Elset, elset=SET-2
  52,  57,  86,  87,  95,  99, 100, 102, 108, 110, 120, 156, 170, 171, 172, 203
  204, 205, 250, 251, 252, 269, 277, 281, 284, 320, 356, 406, 593, 711, 838
.
.
.
*Elset, elset=SET-10
  3,  15,  29,  39,  62, 134, 135, 136, 189, 196, 199, 209, 211, 242, 243, 256
  274, 286, 287, 323, 330, 367, 370, 379, 390, 416, 437, 447, 469, 493, 506, 848
  853,

```

Ilustración 31: Ejemplo de script asignación de elementos

## 5.2. Asignación de las Condiciones de Contorno, creación del Step y de la Carga.

Antes de crear las condiciones de contorno se tendrá que insertar las condiciones de carga en el módulo 'Interaction' (interacción) de Abaqus.

En este módulo se creará una 'Constrain' (coacción) tipo 'coupling' (enganche) que limita el movimiento de un grupo de nodos definidos a través de un nodo de referencia (RP-1). El grupo de nodos definidos ( $\approx 120^\circ$ ) simulará el apoyo de la pelvis. Las líneas amarillas de la **Ilustración 32** simularán esta coacción.

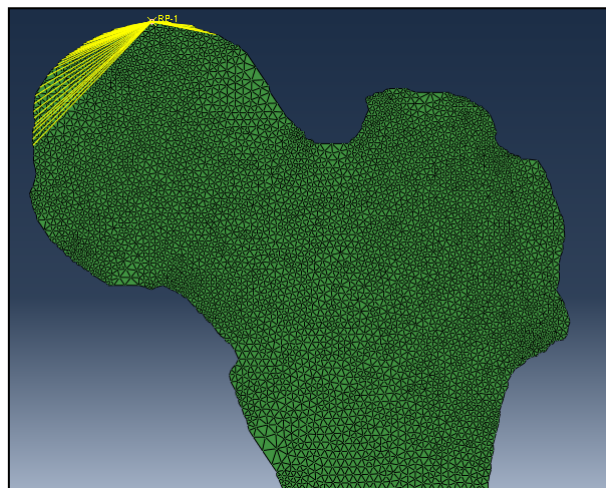


Ilustración 32: Constrain type Coupling

Para asignarle las condiciones de contorno nos situaremos en el módulo 'Load' y se indicará que la parte inferior del hueso estará encastrada, de modo que tenga los desplazamientos y los giros en todas las direcciones impedidos. Según se muestra en la **Ilustración 33**.

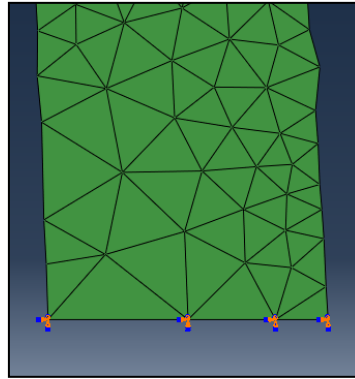


Ilustración 33: Encastre del Fémur

Finalmente insertaremos la carga, con un ángulo de  $8^\circ$  como se indica en la **Ilustración 35**, en el punto de referencia RP-1, punto ampliado en la **Ilustración 34**, con un valor de 500 N simulando el estudio que se realiza en el artículo de revista [20].

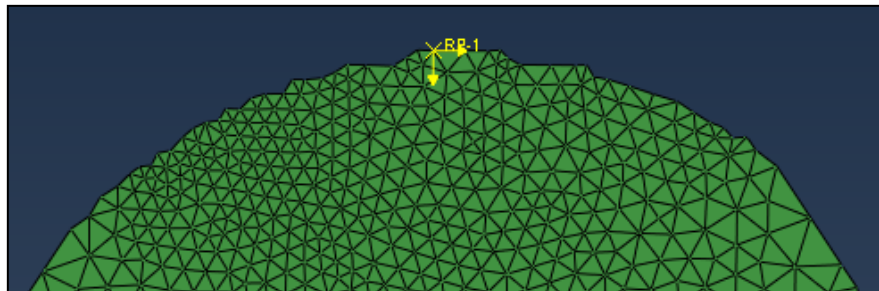


Ilustración 34: Creación de la carga

Puesto que el presente estudio es bidimensional, se tiene una placa con un contorno de fémur de 1mm de espesor, este grosor lo establece Abaqus por defecto, entonces el valor de la carga será 500(N\*mm).

Para hacer el estudio más realista, se hace una hipótesis en la que se supone que el fémur tendrá un grosor medio de 35mm. Por lo tanto se establecer la placa en un espesor de 35 mm y la carga con la inclinación de  $8^\circ$  (según la **Ilustración 35**) tendrá un valor de:  $\frac{500(N*mm)}{35mm} = 14.2857N$



Ilustración 35: Inclínación de la carga en el fémur

Finalmente, por trigonometría se obtiene un resultado en el eje x, y en el eje y con los siguientes valores:

$$x = 14.2857 * \cos(82) = 1.9882\text{N}$$

$$y = 14.2857 * \cos(8) = -14.1467\text{N}$$

### 5.3. Análisis de sensibilidad de la malla

Una vez realizados los 6 casos se va a realizar un estudio sensibilidad para ver cuáles son los casos más congruentes. Y este análisis lo vamos hacer comparando el tamaño de elemento respecto a la carga/desplazamiento máx. El análisis de sensibilidad se muestra en la **Ilustración 36**. Este tipo de análisis también lo realizan en el estudio en el que se basa este proyecto, artículo de la revista Elsevier [20].

A la hora de discretizar el conjunto hay que buscar los resultados más precisos, y esto se conseguirá con los elementos más pequeños ya que se tiene mayor información para el cálculo de desplazamientos, pero también en ese caso el sistema de ecuaciones será mucho mayor, ya que se requiere de un número muy elevado de elementos y nodos. Sin embargo, se trata de encontrar el punto medio donde el tiempo de cálculo y los resultados obtenidos sean óptimos.

Por esta razón, vamos a estudiar con más profundidad únicamente el primer caso que se acerca a la estabilidad.

Observando la gráfica mostrada en la **Ilustración 36** se puede extraer que los primeros 2 casos con las mallas más grandes varían considerablemente

respecto a los demás, y a partir del 3<sup>er</sup> caso hay cierta estabilidad en torno a la horizontal de 60 (N/mm).

Por lo tanto, se mostrarán posteriormente los resultados del 3<sup>er</sup> estudio con un tamaño de elemento de 10.8mm, aunque podría hacerse con cualquiera de los siguientes, ya que tendrán resultados muy parejos; se elige este caso por la razón de optimizar tiempos.

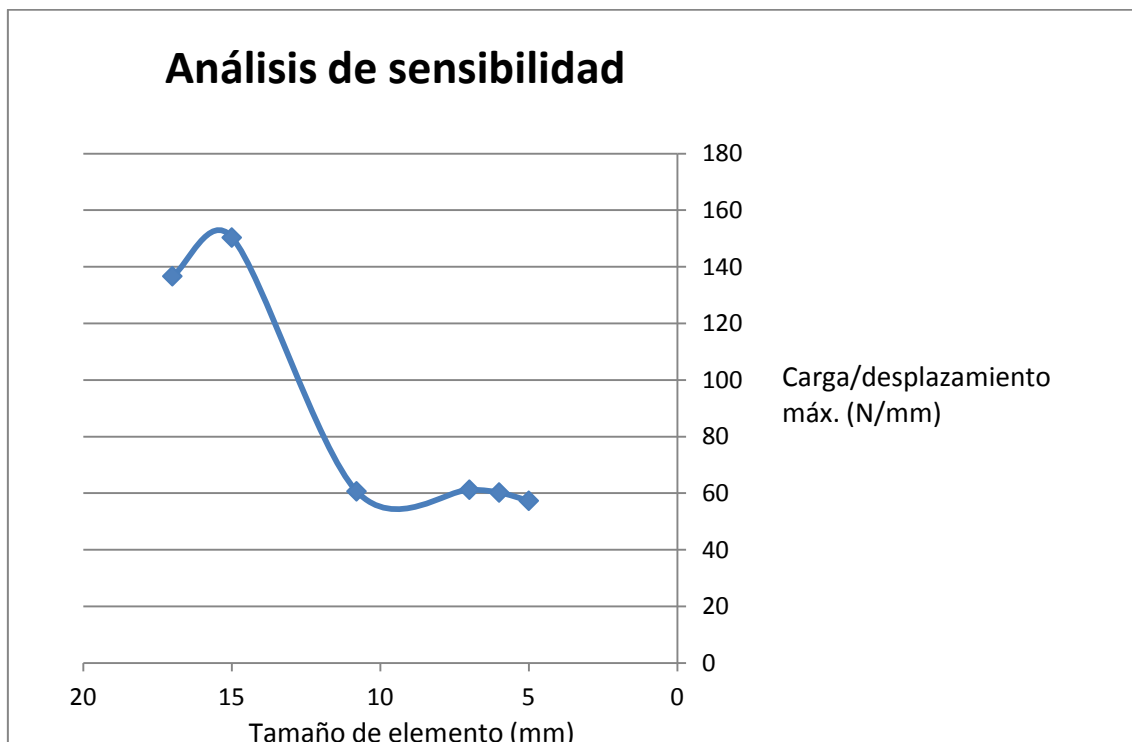
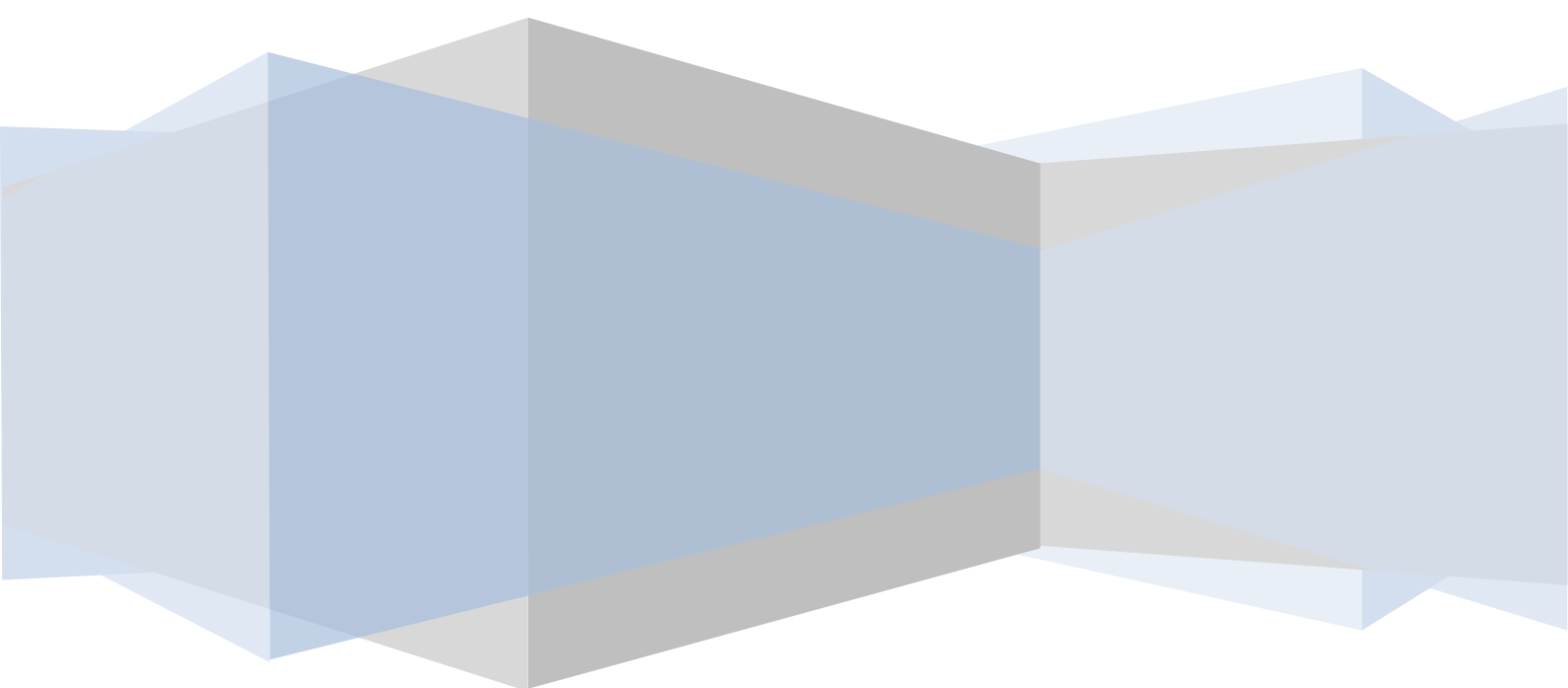


Ilustración 36: Análisis de sensibilidad

# Capítulo 6: RESULTADOS





## 6. RESULTADOS

En este apartado, como se ha indicado anteriormente, se van a mostrar los resultados obtenidos aplicando un tamaño de malla de 10.8mm y las condiciones establecidas en el apartado anterior. Calculando las propiedades de los materiales según la **Ecuación 11** y obteniendo unos resultados que se muestran en la

**Tabla 4:**

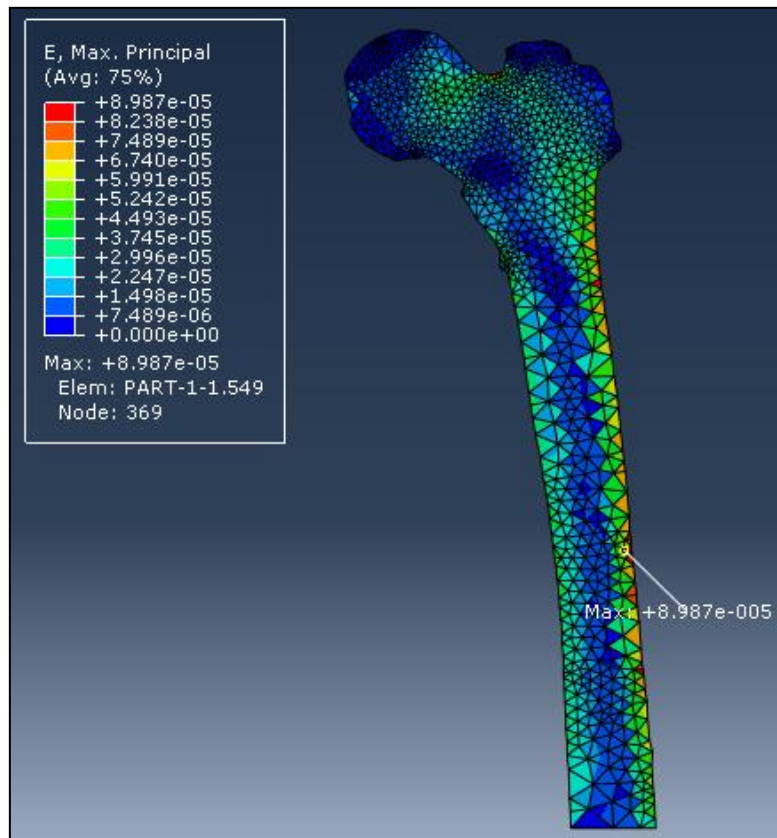
	HU medio	$\rho\text{-QCT(g/cm}^3\text{)}$	$\rho\text{-ash(g/cm}^3\text{)}$	$\rho\text{-app(g/cm}^3\text{)}$	E (MPa)	$\rho\text{-app(Tn/mm}^3\text{)}$
Material 1	550	0,43147056	0,457299681	0,762166135	4570,298302	7,62166E-10
Material 2	790	0,62141616	0,623881972	1,039803287	7260,187532	1,0398E-09
Material 3	1050	0,82719056	0,804346121	1,340576869	10601,20509	1,34058E-09
Material 4	1310	1,03296496	0,98481027	1,64135045	14333,11337	1,64135E-09
Material 5	1570	1,23873936	1,165274419	1,942124031	18417,18476	1,94212E-09
Material 6	1830	1,44451376	1,345738568	2,242897613	22824,25706	2,2429E-09
Material 7	2090	1,65028816	1,526202716	2,543671194	27531,34442	2,54367E-09
Material 8	2350	1,85606256	1,706666865	2,844444775	32519,72437	2,84444E-09
Material 9	2610	2,06183696	1,887131014	3,145218357	37773,76429	3,14522E-09
Material 10	2870	2,26761136	2,067595163	3,445991938	43280,1557	3,44599E-09

**Tabla 4: Propiedades de los materiales**

A continuación, se muestran los campos de deformación máxima principal en la **Ilustración 37**, tensión de Von Mises en la **Ilustración 38**, y desplazamientos del fémur en la **Ilustración 39**. Indicando los puntos donde tienen sus valores máximos.

En las zonas de colores cálidos se encuentran los mayores de cada campo.

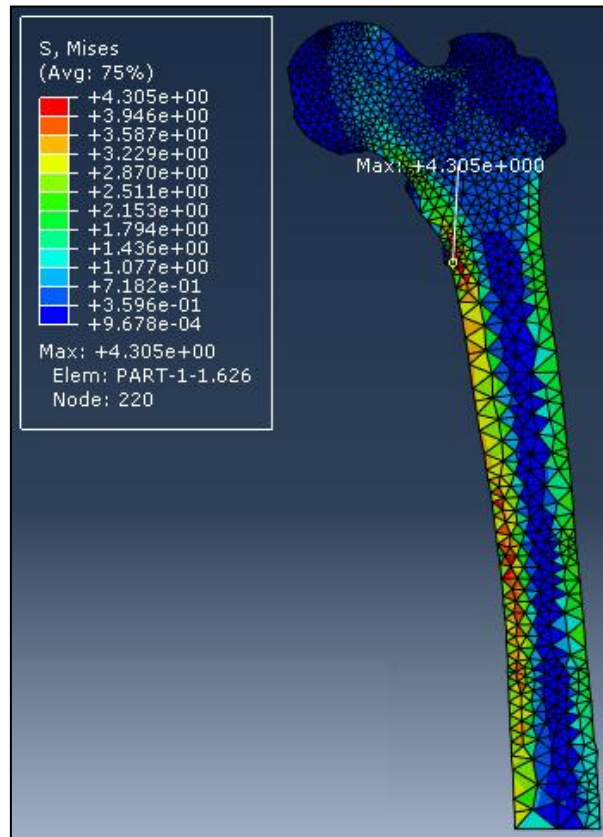
### Campo de deformaciones



**Ilustración 37:** Campo de deformación máxima principal de un fémur.

En la diáfisis se puede localizar el valor máximo de deformación principal ( $8.98 \cdot 10^{-5}$  mm). Ya que el hueso distribuirá la carga aplicada hasta la zona de encastre, como puede apreciarse en el recorrido de los tonos verdosos (desde el punto de la carga hasta la diáfisis), y en la cara posterolateral (derecha de la **Ilustración 37**) se producirán las mayores flexiones. Esta zona se encontrará en tracción. Del mismo modo el tejido cortical sufrirá mayores deformaciones que el tejido esponjoso.

### Campo de tensiones de Von Mises



**Ilustración 38:** Campo de tensiones Von Mises de un fémur

Los valores mayores se encontrarán en el lado posteromedial (derecha de la **Ilustración 38**) llegando a una tensión de 4.3 MPa. Los valores máximos en este caso se encuentran a compresión, aunque también se aprecian tonalidades cálidas en la cara postolateral que se encuentran en tracción. Se podría esperar el valor máximo en el cuello del fémur, sería lo más lógico, pero como el estudio se realiza en dos dimensiones no podemos olvidarnos de aunque el modelo tenga el contorno del hueso es una chapa, y no distribuirá la carga de forma idéntica que en la realidad. Porque la cabeza del fémur es esférica.

Aún así, con este modelo se puede hacer una valoración acertada de los resultados que se obtendrían en la realidad interpretando los valores.

### Campo de desplazamientos

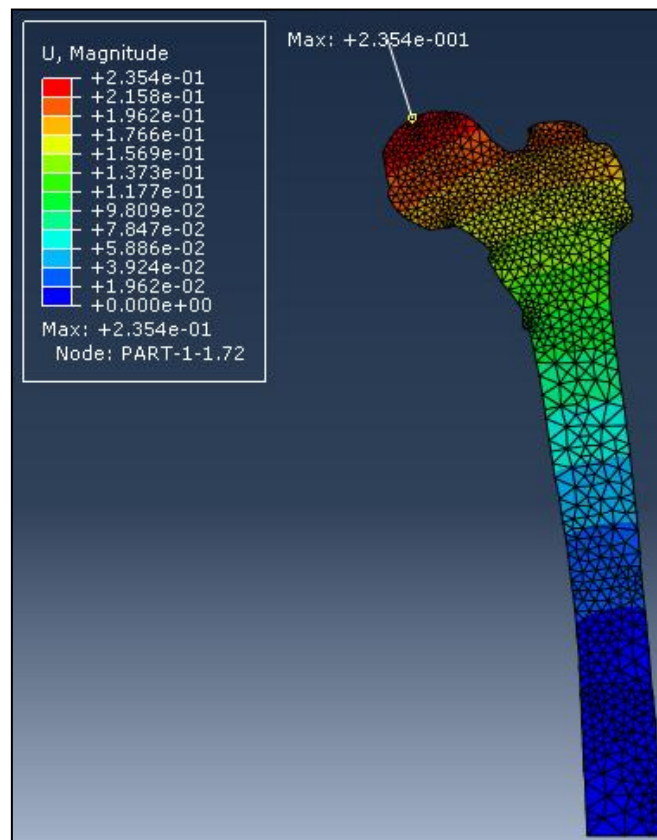
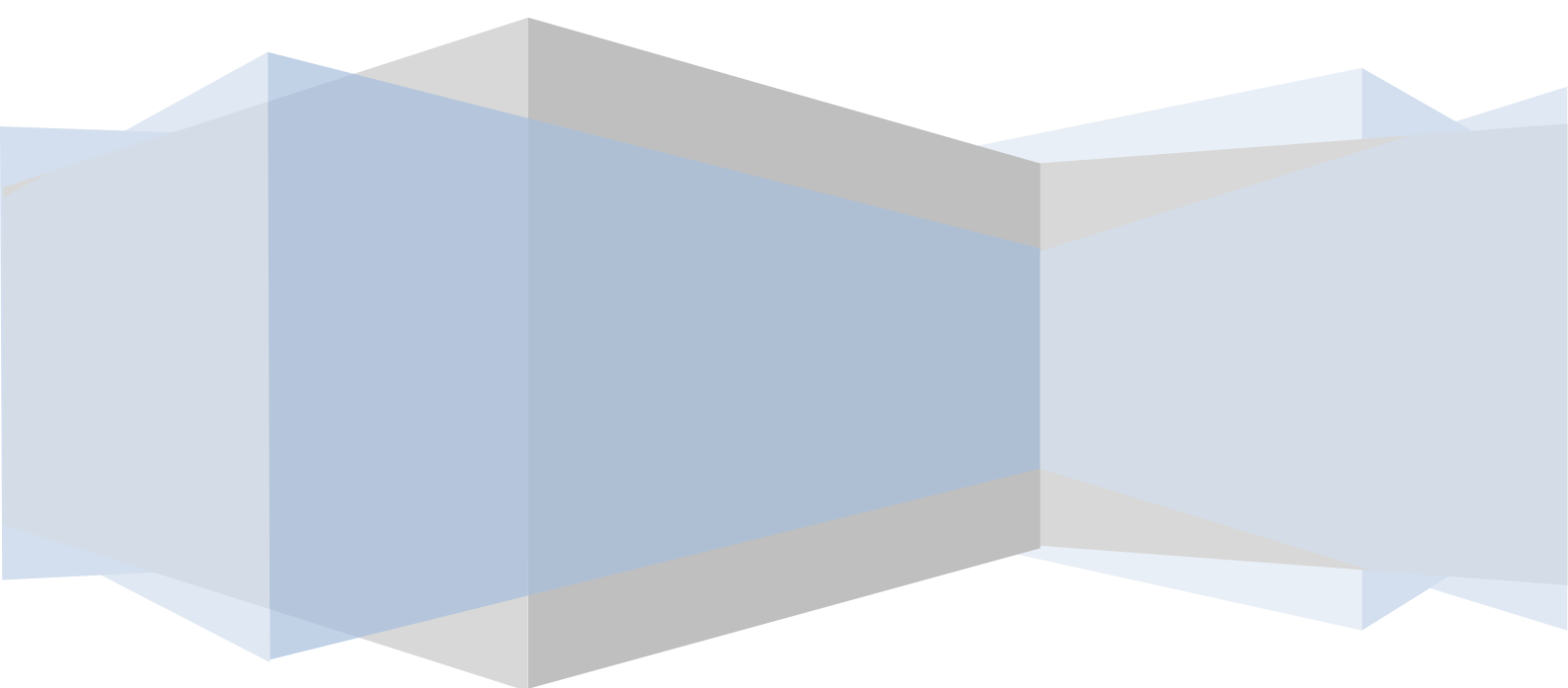


Ilustración 39: Campo de desplazamientos de un fémur

El campo de desplazamientos tendrá una distribución muy diferente a las vistas anteriormente. El valor máximo se localizará prácticamente en el punto de la carga (0.2354mm) e irá disminuyendo a medida que nos alejamos de él hacia la zona de encastrado que será nulo.

# Capítulo 7: CONCLUSIONES

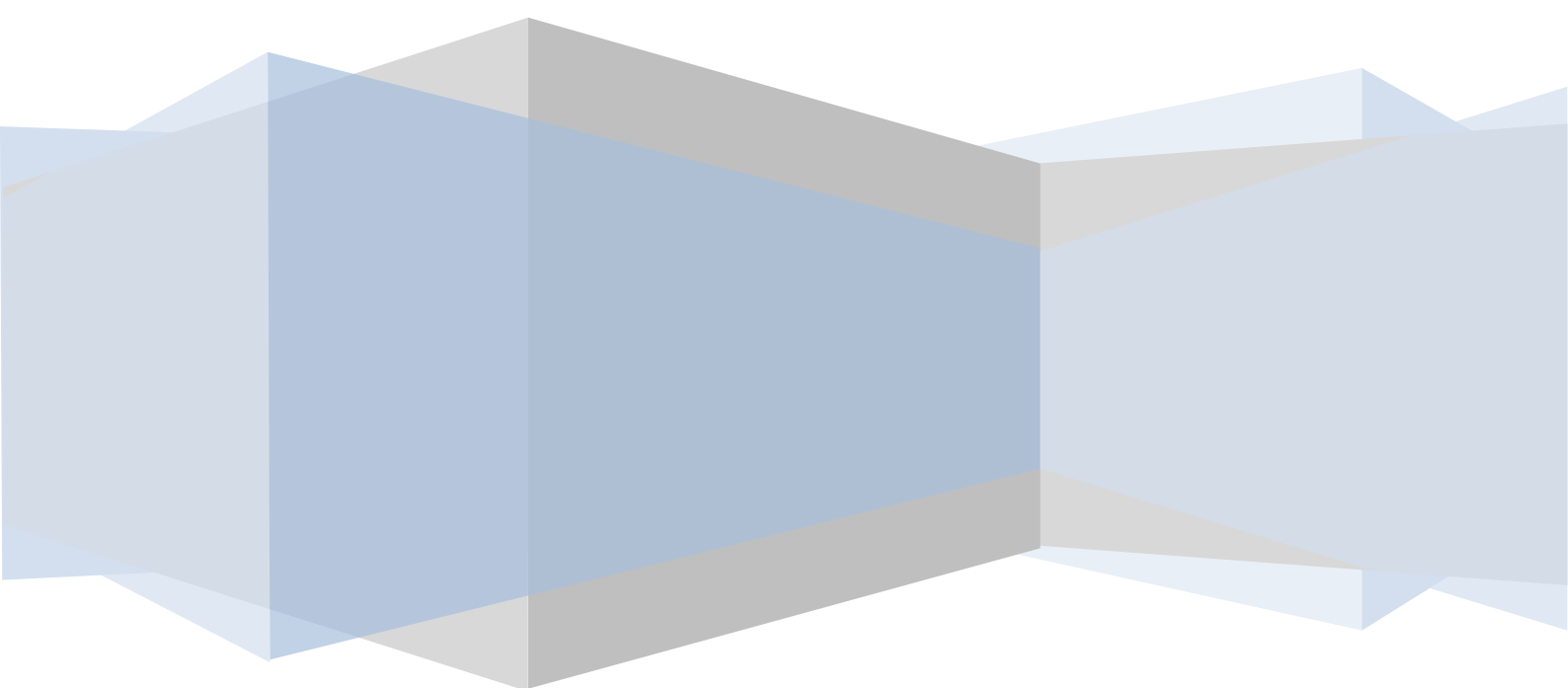


## 7. CONCLUSIONES

Las conclusiones a las que hemos podido llegar tras la realización del proyecto son las siguientes:

- Se ha conseguido generar un programa en Matlab que es capaz de leer tomografías computarizadas, crear una máscara de las mismas y hallar las coordenadas del contorno.
- Después de haber mallado el modelo y obtenido los elementos (y las coordenadas de los nodos) a través de Abaqus/CAE, se ha conseguido hallar los valores medios de HUs de cada elemento de forma efectiva.
- Del mismo modo, se ha conseguido separar los elementos en 10 grupos para darles unas propiedades diferentes según el valor de HU.
- Finalmente con la ayuda de Abaqus/CAE hemos alcanzado los diferentes campos de deformaciones principales, tensiones y desplazamientos. Observando en los mismos en que zonas sufre el fémur cuando lo sometemos a esfuerzos.
- El comportamiento biomecánico del hueso resulta extremadamente complejo debido a su carácter heterogéneo, anisotrópico y viscoelástico.
- Los resultados obtenidos se acercan a la realidad comparándolos con otros estudios anteriores. Se podría esperar que valor máximo de tensión se localizara en el cuello del fémur, sería lo más lógico, pero como el estudio se realiza en dos dimensiones no podemos olvidarnos de que aunque el modelo tenga el contorno del hueso es una chapa, y no distribuirá la carga de forma idéntica que en la realidad. Porque la cabeza del fémur es esférica. Aún así, con este modelo se puede hacer una valoración acertada de los resultados que se obtendrían en la realidad interpretando los valores. En la rotura de cadera principalmente se crea una grieta en el cuello del fémur y es por esa razón por la que los anteriores estudios realizados a este TFG hacen referencia a la indispensabilidad de insertar una prótesis que ayude a la sujeción de la pelvis en el cuello del fémur.

# Capítulo 8: ENTORNO SOCIO-ECONÓMICO



## 8. ENTORNO SOCIO-ECONÓMICO

### 8.1. Presupuesto

Para cálculo de los costes del proyecto se ha tenido en cuenta:

- Días estimados de realización del proyecto: 4 meses, trabajando en él una media de 3 horas al día, y durante 5 días a la semana. Esto sería un total de:  $\frac{5\text{días}}{\text{semana}} * \frac{4\text{semanas}}{\text{mes}} * 4\text{meses} * \frac{3\text{horas}}{\text{día}} = 240 \text{ horas}$
- Para el cálculo de la amortización de los software y del ordenador se supone un índice de amortización del 100% y se calcula mediante la expresión:  $\text{Coste de amortización} = \frac{\text{Periodo usado}}{\text{Periodo de amortización}} * \text{Precio}$
- Se estiman 20 horas del profesor tutor de tiempo dedicado a este proyecto para resolver las dudas del alumno tutelado.

Coste de personal				
	Profesión	Nº de horas empleadas	Coste (€/hora)	Coste total (€)
Tutor	Ingeniero	20	35	700
Alumno	Estudiante	240	15	3600
Coste software				
	Precio(€)	Periodo de meses usado	Periodo de amortización	Coste total (€)
Abaqus/CAE	6000	8	24	2000
Matlab	6000	8	24	2000
Coste hardware				
	Precio(€)	Periodo de meses usado	Periodo de amortización	Coste total (€)
Asus intel core i5	600	8	24	200
Coste total del proyecto:				8500

Tabla 5: Presupuesto

Por lo tanto, el coste total, según los cálculos de la **Tabla 5**, del proyecto se estima en 8.500€.



---

## 8.2. Impacto social

El estudio de este proyecto abre las puertas a un campo muy interesante como es el de la biomecánica. La medicina y la ingeniería forman un gran equipo e invirtiendo en ello se pueden lograr grandes avances tanto médicos como tecnológicos que harán más fácil el trabajo a la medicina; pudiéndose llegar a lograr avances inimaginables.

Esto es lo que está pasando cada día. De lo último que se ha puesto en marcha es un robot llamado Da Vinci, capaz de operar a una persona con una precisión hasta ahora nunca vista. Desarrollado por una empresa estadounidense llamada Intuitive Surgical. El robot quirúrgico Da Vinci se compone de una consola ergonómica desde la que el cirujano opera sentado y puede operar en la misma sala o a miles kilómetros de distancia. Este proyecto lo propuso la NASA para posibles incidentes en el espacio.

Más concretamente relacionado con este proyecto, se ha avanzado mucho en la artroplastia de cadera; que consiste en la cirugía ortopédica que busca reemplazar de forma total o parcial la articulación de la cadera con un implante artificial llamado prótesis. Se han utilizando varios tipos de materiales, compatibles con nuestro cuerpo, para estimar los ciclos de vida que tienen y que no dañan otras zonas.

El diseño de una prótesis no es sencillo, ya que hay que evitar las concentraciones de tensiones. Porque éstas volverán hacia el paciente en forma de dolor y molestia. Y aunque en estudios previos parece imposible evitarlas, hay que intentar reducirlas al máximo.

Para concluir, sería muy conveniente en futuros trabajos realizar un estudio tridimensional de método de elementos finitos extendidos (XFEM). Puesto que hay un gran avance reciente en este método que permite predecir la iniciación y propagación de grietas sin necesidad de un conocimiento a priori de la trayectoria de la grieta. Y también sería un gran avance para la biomecánica estudiar casos incluyendo en estos estudios futuros prótesis de diferentes materiales como en otros estudios mencionados.

# BIBLIOGRAFÍA

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] Olías Sánchez, F.J. (2014). Segmentación en 3D de huesos en imágenes TAC (Trabajo de Fin de Grado). Escuela Técnica y Superior de Ingeniería, Sevilla. Disponible en:  
<http://bibing.us.es/proyectos/abreproy/90076/fichero/SegmentacionDeHueso3DenTAC2.pdf>
- [2] Marín García, A. (2013). Implementación y evaluación de algoritmos de fusión de imagen en el contexto de la imagen médica (Tesis). Universidad Politécnica de Cartagena, Murcia. Disponible en:  
<http://repositorio.upct.es/bitstream/handle/10317/3429/pfc5406.pdf;jsessionid=61CC381A16F9CD0BE708D3F7CC31B404?sequence=1>
- [3] Corbo Pereira, D. N., Sanguinetti, R. (2004). Tomografía Axial Computada (XIII Seminario de Ingeniería biomédica). Facultad de medicina e ingeniería, Uruguay. Disponible en:  
<http://www.nib.fmed.edu.uy/Corbo.pdf>
- [4] Acha, B., Serrano, C., Rangayyan, R. (2011). Color image processing with biomedical applications. SPIES Press, Washington. ISBN: 9780819485656.
- [5] Plataniotis, K. N., Lukac, R. (2007). Color Image Processing: Methods and Applications. CRC Press, Florida. ISBN: 9780849397745.
- [6] Alzate Mejía, O., Giraldo Hoyos, N., Alvarán Arango, L. V. (2015). Recuento de los huesos del esqueleto humano. (Revista de medicina). Universidad de Caldas, Colombia. Disponible en:  
<http://www.revistas.unal.edu.co/index.php/revfacmed/article/view/48750/56518>
- [7] Almagia Flores, A. A., Lizana Arce, P. (2012). Descripción Ósea Apendicular-Miembro Inferior. Pontifica Universidad Católica de Valparaíso, Chile. Disponible en:  
<http://www.anatomiahumana.ucv.cl/kine1/Modulos2012/Osteologia%20miembro%20inferior%20kine%202012.pdf>
- [8] Carriazo Bordons, L. (2016). Modelo de Remodelación Ósea Basado en Poblaciones Celulares con el Efecto de los Osteocitos. (Trabajo de Fin de Grado). Escuela Técnica y Superior de Ingeniería, Sevilla. Disponible en:  
<https://idus.us.es/xmlui/bitstream/handle/11441/49367/memoria%20TFG%20L.%20Bordons%20Carriazo.pdf?sequence=1>

- 
- [9] Múltiples profesores autores. (2014/2015). Apuntes Cirugía Complutense. Tema: Fisiopatología Ósea. Departamento de Cirugía. Universidad Complutense, Madrid. Disponible en:  
<https://www.ucm.es/cirugia/libro-de-texto>
- [10] Chaves, E. W. V., Mínguez, R. (2010). Mecánica Computacional en la Ingeniería con Aplicaciones en Matlab. Universidad de Castilla-La Mancha, Ciudad Real. ISBN: 978-84-692-8273-1.
- [11] Chaves, E. W. V. (2014). Mecánica del Medio Continuo. Modelos Constitutivos. CIMNE, Barcelona. ISBN: 978-84-96736-68-9.
- [12] Cubo Pérez, J. M. (2010). Aplicación del “análisis por elementos finitos” en Ingeniería Naval. (Trabajo de Fin de Carrera). Universidad de Cádiz. Disponible en:  
<http://rodin.uca.es/xmlui/bitstream/handle/10498/9463/b34687142.pdf?sequence=3&isAllowed=y>
- [13] Jiménez Pérez, A. (2004). Análisis y optimización con interacción de Dummy, de la carrocería del automóvil “Tubolare SAND CAR” de Tecnoidea SA de CV, en impacto frontal empleando el método de elementos finitos en ALGOR FEA, mediante la simulación de eventos mecánicos. (Tesis). Universidad de las Américas Puebla, México. Disponible en:  
[http://catarina.udlap.mx/u\\_dl\\_a/tales/documentos/lim/jimenez\\_p\\_a/portada.html](http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lim/jimenez_p_a/portada.html) (Principio del método de análisis por EF)
- [14] Apuntes de Elasticidad y Resistencia de Materiales de la Universidad Carlos III de Madrid.
- [15] Apuntes del Método de los Elementos Finitos de la Universidad Rafael Urdaneta de Maracaibo, Venezuela.
- [16] Abaqus Unified FEA. Dassault Systemes [web]. Disponible en:  
<http://www.3ds.com/products-services/simulia/products/abaqus>
- [17] Gilat, A. (2006). MATLAB, Una introducción con ejemplos prácticos (2a ed.) Barcelona: Reverté, S.A.
- [18] Python web. Disponible en:  
<https://www.python.org/>
- [19] González, R. C., Woods, R. E., Eddins, S. L. (2003). Digital Image processing using MATLAB. Prentice Hall. ISBN: 978-0130085191
- [20] Múltiples autores. (2014). Specimen-specific modeling of hip fracture pattern and repair. (Journal of Biomechanics). Elsevier. Sociedad de biomecánicos de Australia y Nueva Zelanda. Disponible en:



---

[www.elsevier.com/locate/jbiomech](http://www.elsevier.com/locate/jbiomech)